

**Esercizio n°1 (punti 6)**

Un impianto di sollevamento (vedi figura 1) è costituito da due pompe uguali P1 e P2 che sollevano acqua, rispettivamente da un serbatoio A posizionato a 22 m s.l.m. e da un serbatoio B posizionato a 20 m s.l.m.. Le tubazioni di mandata in uscita dalle pompe convergono in un punto N (quota 18 m s.l.m.), da cui si dipartono le tubazioni NC e ND che sono rispettivamente collegate al serbatoio C (quota 26 m s.l.m.) e al serbatoio D (quota 25 m s.l.m.). Nella tubazione ND è posizionata una saracinesca. Le tubazioni hanno le caratteristiche riportate in tabella 1.

L'impianto lavora in due differenti condizioni di funzionamento:

- condizione 1 – saracinesca in ND chiusa;
- condizione 2 – saracinesca in ND aperta (perdita di carico localizzata trascurabile).

Calcolare le portate sollevate dalle due pompe e in arrivo ai serbatoi di valle C e D nelle due condizioni di funzionamento sapendo che la curva caratteristica delle pompe a  $n=870$  giri/min è rappresentata dall'equazione  $H=r-sQ^2$  con  $r=30$  m e  $s=180$  s<sup>2</sup>/m<sup>5</sup>, e che le pompe P1 e P2 operano rispettivamente a  $n_1=870$  giri/min e  $n_2=1170$  giri/min. Calcolare anche le potenze assorbite dalle pompe nelle due condizioni di funzionamento assumendo per le stesse pompe un rendimento pari a 0.7.

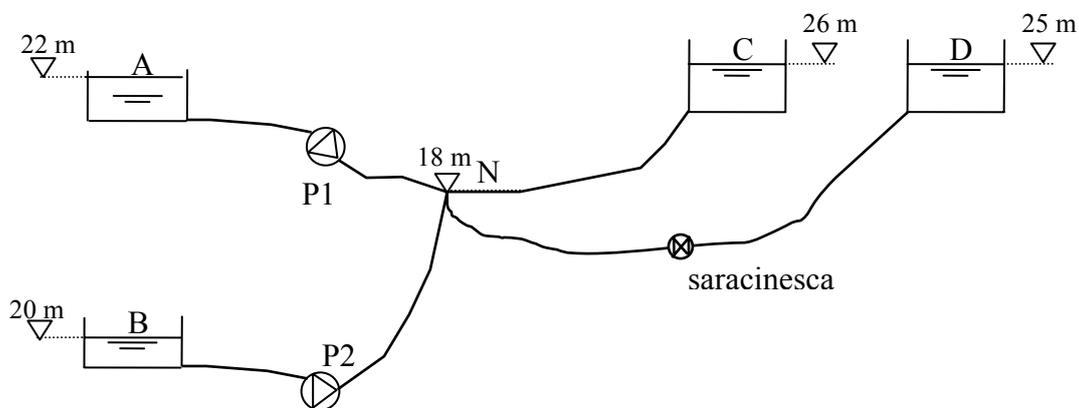


Figura 1. Impianto di sollevamento

Tabella 1. Caratteristiche delle tubazioni

Tratto	Lunghezza [m]	Diametro [m]	$\gamma_B$ [m <sup>1/2</sup> ]
A-N	4500	0.3	0.13
B-N	4000	0.4	0.13
N-C	500	0.3	0.13
N-D	400	0.4	0.13

Per il calcolo della cadente  $J$  si utilizzi la relazione  $J = \beta \frac{Q^2}{D^5}$ , con  $\beta = 0.000857 \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \gamma_B}{\sqrt{D}}\right)^2$ .

**Esercizio n°2 (punti 5)**

I dati di altezza di pioggia (mm) massima annuale osservati ad una stazione pluviometrica per durate di 15, 30, 45 e 60 minuti sono riportati in Tabella 1:

<i>Anno</i>	<i>Durate</i>			
	<i>15'</i>	<i>30'</i>	<i>45'</i>	<i>60'</i>
1983	14.74	16.5	18.92	20.02
1984	8.58	19.8	22.44	29.26
1985	18.92	23.54	26.84	30.36
1986	27.28	49.5		87.56
1987	10.12	19.14		29.92
1988	11.66		15.62	16.5
1989	42.68		65.34	82.94
1990	21.78	22.66	24.64	25.08
1991	22.88	25.3	30.14	32.56
1992	20.68	32.78	44.22	45.54
1993	32.78	44	44.88	45.1
1994	11.66		13.42	14.96
1995	21.56	30.14	33.44	33.66
1996	14.08	20.9	30.14	31.46
1997	31.24	31.46		38.72
1998	20.46	21.56		25.96
1999	16.28	17.6		20.02
2000	9.68	14.08	18.48	24.86
2001	10.78		14.96	15.18
2002	18.7	45.1	47.08	49.5

Si valutino:

- i parametri della curva di possibilità climatica per un tempo di ritorno di 5 anni;
- l'altezza di pioggia con tempo di ritorno di 5 anni per una durata di 20 minuti.

**Spiegare la procedura adottata e commentare i passaggi effettuati per ricavare i parametri  $\alpha$  ed  $n$  illustrandone il significato**

Formule:

Distribuzione di Gumbel

$$F_x(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\frac{(x-u)}{\alpha}\right]\right\}; \quad \sigma^2 = 1.645\alpha^2; \quad \mu = u + 0.5772\alpha;$$

Modello lineare

$$y = a + bx; \quad a = \bar{y} - b\bar{x}; \quad b = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n(\bar{x})^2};$$

(N.B. costruire la curva di possibilità climatica in modo da avere le altezze di pioggia in mm e le durate in ore)

**Esercizio n°3 (punti 4)**

Una pompa avente diametro della girante  $D = 0.55$  m, viene provata alla velocità di rotazione  $n_1$  pari a 1000 giri/min, fornendo i seguenti valori della portata  $Q_1$  [l/s], della prevalenza  $h_1$  [m di colonna d'acqua] e del rendimento totale  $\eta_1$ :

$Q_1$ [l/s]	0	100	200	300	400	500	600	700
$h_1$ [m]	43	42	40	37	30	20	11	0
$\eta_1$	0	0.52	0.68	0.71	0.73	0.72	0.69	0.59

- Ricavare le caratteristiche della pompa quando opera ad una velocità  $n_2$  di 800 giri/min e tracciare le curve caratteristiche  $h = f(Q)$  e  $\eta = f(Q)$  della pompa operante ai due diversi numeri di giri;
- Calcolare i coefficienti adimensionali di portata  $\Phi$  e di pressione  $\Psi$  per la pompa operante a  $n_1 = 1000$  giri/min e  $n_2 = 800$  giri/min e tracciare le caratteristiche adimensionali  $\Psi = f(\Phi)$  e  $\eta = f(\Phi)$  delle due pompe;
- Supponendo di mettere in parallelo due pompe uguali ma operanti a due diversi numeri di giri, le portate sollevate da ciascuna delle due pompe sarebbero le stesse o no? Giustificare la risposta.
- Supponendo di mettere in serie due pompe uguali ma operanti a due diversi numeri di giri, le portate sollevate da ciascuna delle due pompe sarebbero le stesse o no? Giustificare la risposta.

**Domande (punti 3 ciascuna)**

- Definizione di NPSH. Illustrare i passaggi per calcolare la posizione della pompa rispetto al serbatoio di alimentazione una volta noto l'NPSH<sub>R</sub>.
- Dopo aver fornito la definizione di scala di deflusso, descrivere la scala di deflusso relativa ad una sezione circolare chiusa. Spiegare infine il motivo per cui è necessario garantire un certo grado di riempimento, indicandone il valore ottimale, oltre che un determinato valore di velocità minima e massima all'interno delle condotte di un sistema fognario, riportando anche in questo caso i valori di riferimento.
- Illustrare l'applicazione del metodo cinematico per il dimensionamento di un collettore di fognatura bianca.
- Che cosa si intende per sistema di ventilazione parallela indiretta? In quale circostanza questo sistema può essere impiegato? Fornire uno schema di un impianto di ventilazione parallela indiretta.
- Dopo aver indicato in quale circostanza è necessario inserire all'interno di una rete fognaria un dispositivo di cacciata, descrivere il funzionamento del dispositivo di cacciata di tipo Contarino.

## Esercizio n°1

Tabella caratteristiche tubazioni

Tratto	L (m)	D (m)	$\gamma_B$	$\beta$	$\alpha=\beta L/D^5$
AN	4500	0.3	0.13	0.001864	3451.36
BN	4000	0.4	0.13	0.001706	666.58
NC	500	0.3	0.13	0.001864	383.48
ND	400	0.4	0.13	0.001706	66.66

Curva impianto tratto AN:

$$H = z_N - z_A + \alpha_{AN} Q^2; Q = \sqrt{\frac{H - z_N + z_A}{\alpha_{AN}}} \quad (1)$$

Curva impianto tratto BN:

$$H = z_N - z_B + \alpha_{BN} Q^2; Q = \sqrt{\frac{H - z_N + z_B}{\alpha_{BN}}} \quad (2)$$

Curva impianto tratto NC:

$$H = z_C - z_N + \alpha_{NC} Q^2; Q = \sqrt{\frac{H - z_C + z_N}{\alpha_{NC}}} \quad (3)$$

Curva impianto tratto ND:

$$H = z_D - z_N + \alpha_{ND} Q^2; Q = \sqrt{\frac{H - z_D + z_N}{\alpha_{ND}}} \quad (4)$$

La curva della pompa P<sub>1</sub> a n=870 giri/min è rappresentata dalla seguente equazione:

$$H = r - s Q^2 = 30 - 180 Q^2 \quad \text{oppure} \quad Q = \sqrt{\frac{30 - H}{180}} \quad (5)$$

Applicando il Principio di similitudine fluidodinamica, si ricava l'equazione della curva della pompa P<sub>2</sub> a n<sup>\*</sup>=1170 giri/min:

$$\begin{cases} \frac{H}{H^*} = \left(\frac{n}{n^*}\right)^2 \\ \frac{Q}{Q^*} = \frac{n}{n^*} \end{cases} \rightarrow H^* \cdot \left(\frac{n}{n^*}\right)^2 = r - s \cdot Q^{*2} \cdot \left(\frac{n}{n^*}\right)^2 \rightarrow P_{1170}: H^* = \left(\frac{n^*}{n}\right)^2 \cdot r - s \cdot Q^{*2} = r^* - s^* \cdot Q^{*2}$$

essendo:

$$\begin{cases} r^* = \left(\frac{n^*}{n}\right)^2 r = \left(\frac{1170}{870}\right)^2 30 = 54.26m \\ s^* = s = 180 \text{ s}^2/m^5 \end{cases}$$

Quindi la curva della pompa P<sub>2</sub> a n<sup>\*</sup>=1170 giri/min è rappresentata dalla seguente equazione:

$$H = r^* - s^* Q^2 = 54.26 - 180Q^2 \quad \text{oppure} \quad Q = \sqrt{\frac{54.26 - H}{180}} \quad (6)$$

#### CONDIZIONE 1

In questa condizione di funzionamento, il tratto ND non viene considerato perché la saracinesca in ND è chiusa. Le pompe P1 e P2 alimentano soltanto il serbatoio C.

#### Pompa P1 riportata in N

Si ottiene sottraendo la  $H(Q)$  dell'impianto AN (2) alla curva caratteristica  $H(Q)$  della pompa (eq. 5):

$$H = r - sQ^2 - z_N + z_A - \alpha_{AN}Q^2 \quad (7)$$

L'eq. (7) può essere riscritta in termini di  $Q(H)$  nel seguente modo:

$$Q = \sqrt{\frac{r - z_N + z_A - H}{s + \alpha_{AN}}} \quad (8)$$

#### Pompa P2 riportata in N

Si ottiene sottraendo la  $H(Q)$  dell'impianto AN (1) alla curva caratteristica  $H(Q)$  della pompa (eq. 6):

$$H = r^* - s^* Q^2 - z_N + z_B - \alpha_{BN}Q^2 \quad (9)$$

L'eq. (9) può essere riscritta in termini di  $Q(H)$  nel seguente modo:

$$Q = \sqrt{\frac{r^* - z_N + z_B - H}{s^* + \alpha_{BN}}} \quad (10)$$

#### (P1 in N) // (P2 in N)

Per mettere in parallelo le due pompe riportate in N, si sommano la (8) e la (10); si ottiene in questo modo:

$$Q = \sqrt{\frac{r - z_N + z_A - H}{s + \alpha_{AN}}} + \sqrt{\frac{r^* - z_N + z_B - H}{s^* + \alpha_{BN}}} \quad (11)$$

Per calcolare la portata in arrivo al serbatoio C, si mettono a sistema la (11) e la  $H(Q)$  di (3). In questo modo si ottiene:

$$Q = \sqrt{\frac{r + z_A - z_C - \alpha_{NC}Q^2}{s + \alpha_{AN}}} + \sqrt{\frac{r^* + z_B - z_C - \alpha_{NC}Q^2}{s^* + \alpha_{BN}}} \quad (12)$$

Per trovare la  $Q$  in (12), dobbiamo trovare quella  $Q$  che annulla la seguente funzione  $f(Q)$ :

$$f(Q) = Q - \sqrt{\frac{r + z_A - z_C - \alpha_{NC}Q^2}{s + \alpha_{AN}}} - \sqrt{\frac{r^* + z_B - z_C - \alpha_{NC}Q^2}{s^* + \alpha_{BN}}} =$$

$$Q - \sqrt{\frac{26 - 383.48Q^2}{3631.36}} - \sqrt{\frac{48.26 - 383.48Q^2}{846.58}} \quad (13)$$

Risolvendo si ottiene  $Q = 0.226 \text{ m}^3/\text{s}$ . Le portate sollevate dalle pompe P1 e P2 saranno rispettivamente date da:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{r + z_A - z_C - \alpha_{NC}Q^2}{s + \alpha_{AN}}} = \sqrt{\frac{26 - 383.48Q^2}{3631.36}} = 0.042 \text{ m}^3/\text{s} \quad (14)$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{r^* + z_B - z_C - \alpha_{NC}Q^2}{s^* + \alpha_{BN}}} = \sqrt{\frac{48.26 - 383.48Q^2}{846.58}} = 0.184 \text{ m}^3/\text{s} \quad (15)$$

Entrando con la  $Q_1$  e la  $Q_2$  rispettivamente nelle curve caratteristiche delle pompe  $H(Q)$  di (5) e (6), si ottengono le prevalenze  $H_1$  e  $H_2$ :

$$H_1 = 30 - 180Q_1^2 = 29.682 \text{ m} \quad (16)$$

$$H_2 = 54.26 - 180Q_2^2 = 48.164 \text{ m} \quad (17)$$

Ricordando la formula  $P = \gamma QH / \eta$ , si ottengono le potenze assorbite dalle pompe:

$$P_1 = \gamma Q_1 H_1 / \eta = 17.5 \text{ KW} \quad (18)$$

$$P_2 = \gamma Q_2 H_2 / \eta = 124.2 \text{ KW} \quad (19)$$

## CONDIZIONE 2

Valgono ancora le equazioni (8), (10) e (11). La curva dell'impianto da mettere a sistema con l'equazione (11) è dato dai tratti NC e ND messi in parallelo tra di loro. Le curve  $Q(H)$  delle eq. (3) e (4) vanno sommate a parità di prevalenza:

$$Q = \sqrt{\frac{H - z_C + z_N}{\alpha_{NC}}} + \sqrt{\frac{H - z_D + z_N}{\alpha_{ND}}} \quad (20)$$

Il sistema tra (20) e (11) dà:

$$Q_1 + Q_2 = Q_C + Q_D$$

$$\sqrt{\frac{r - z_N + z_A - H}{s + \alpha_{AN}}} + \sqrt{\frac{r^* - z_N + z_B - H}{s^* + \alpha_{BN}}} = \sqrt{\frac{H - z_C + z_N}{\alpha_{NC}}} + \sqrt{\frac{H - z_D + z_N}{\alpha_{ND}}} \quad (21)$$

L'equazione (21) rappresenta in realtà l'equazione di continuità al nodo N tra le portate entranti  $Q_1$  e  $Q_2$  e le portate uscenti  $Q_C$  e  $Q_D$  dirette ai rispettivi serbatoi. Risolvendo la (21) rispetto a  $H$  si ottiene per tentativi  $H = 10.55$  m. Si ottengono quindi le portate  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_C$ ,  $Q_D$  come:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{r - z_N + z_A - H}{s + \alpha_{AN}}} = 0.080 \text{ m}^3/\text{s} \quad (22)$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{r^* - z_N + z_B - H}{s^* + \alpha_{BN}}} = 0.232 \text{ m}^3/\text{s} \quad (23)$$

$$Q_C = \sqrt{\frac{H - z_C + z_N}{\alpha_{NC}}} = 0.082 \text{ m}^3/\text{s} \quad (24)$$

$$Q_D = \sqrt{\frac{H - z_D + z_N}{\alpha_{ND}}} = 0.231 \text{ m}^3/\text{s} \quad (25)$$

Riapplicando le equazioni (16), (17), (18), (19), si ottengono prevalenze e potenze delle pompe:

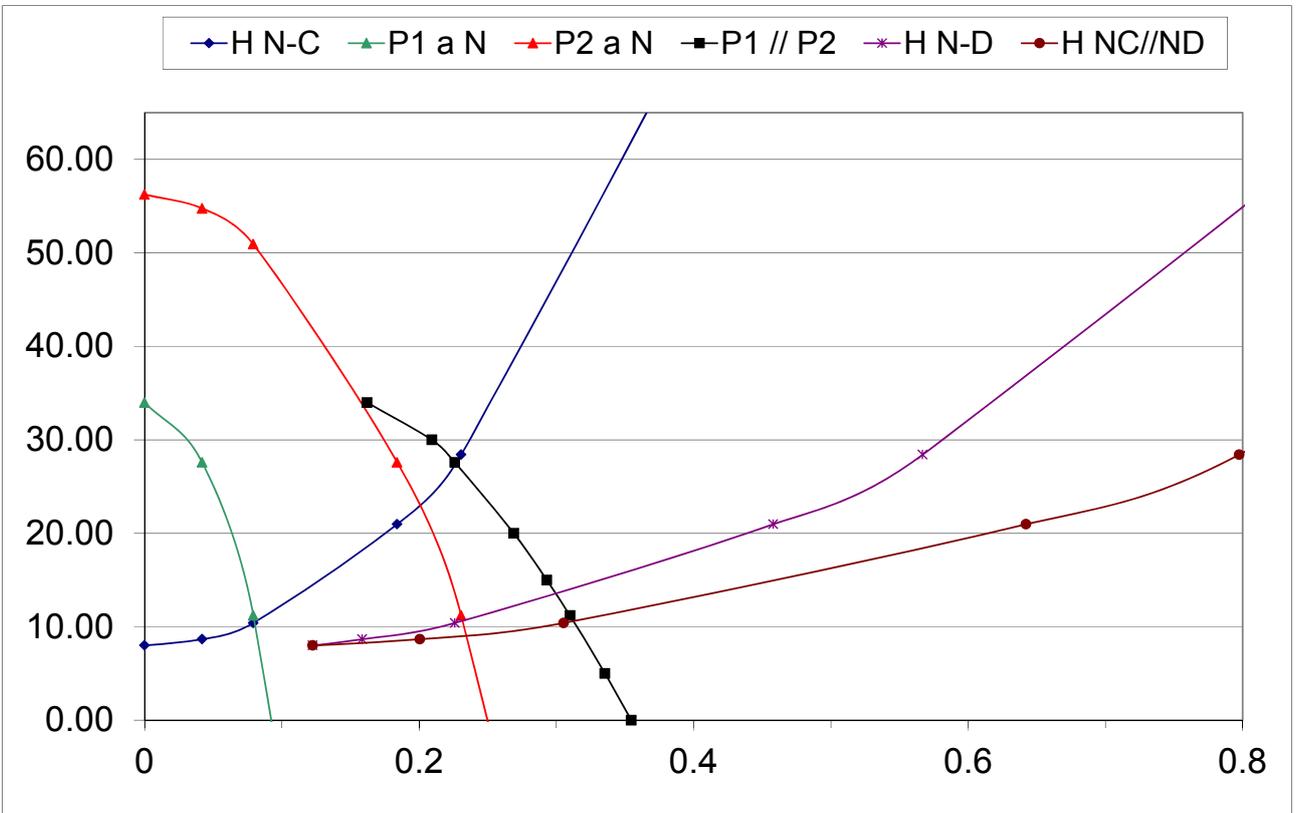
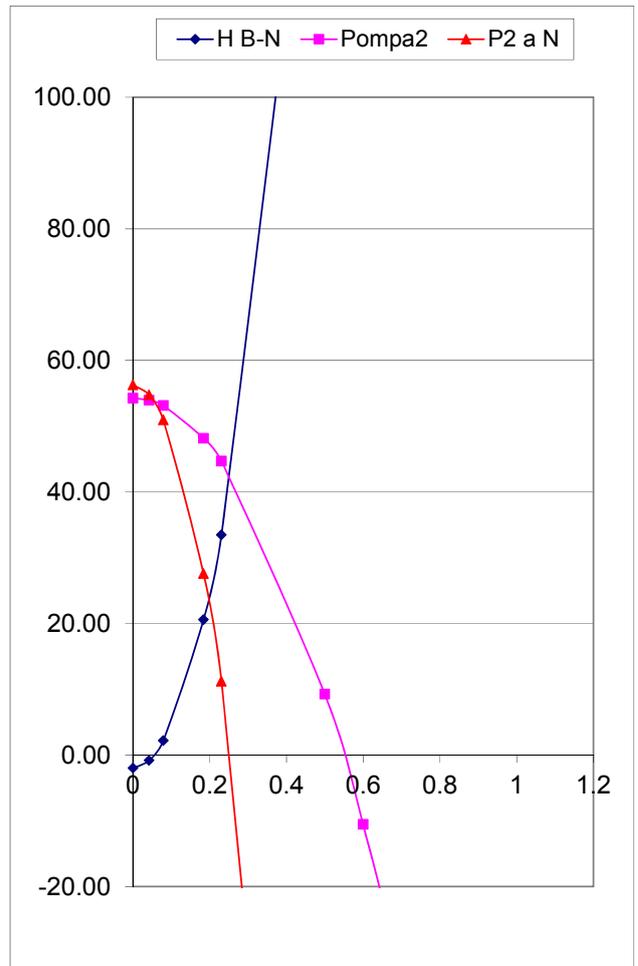
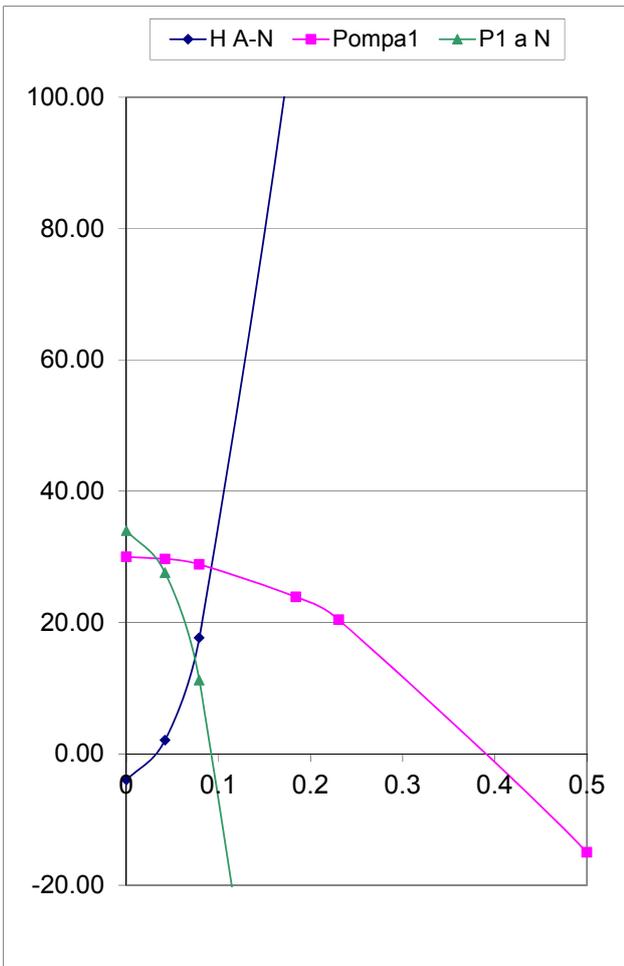
$$H_1 = 30 - 180Q_1^2 = 28.8 \text{ m} \quad (26)$$

$$H_2 = 54.26 - 180Q_2^2 = 44.5 \text{ m} \quad (27)$$

Ricordando la formula  $P = \gamma QH / \eta$ , si ottengono le potenze assorbite dalle pompe:

$$P_1 = \gamma Q_1 H_1 / \eta = 32.5 \text{ KW} \quad (28)$$

$$P_2 = \gamma Q_2 H_2 / \eta = 145.0 \text{ KW} \quad (29)$$



## Esercizio n°2

	<b>15</b>	<b>30</b>	<b>45</b>	<b>60</b>				
	14.74	16.5	18.92	20.02				
	8.58	19.8	22.44	29.26				
	18.92	23.54	26.84	30.36				
	27.28	49.5		87.56				
	10.12	19.14		29.92				
	11.66		15.62	16.5				
	42.68		65.34	82.94				
	21.78	22.66	24.64	25.08				
	22.88	25.3	30.14	32.56				
	20.68	32.78	44.22	45.54				
	32.78	44	44.88	45.1				
	11.66		13.42	14.96				
	21.56	30.14	33.44	33.66				
	14.08	20.9	30.14	31.46				
	31.24	31.46		38.72				
	20.46	21.56		25.96				
	16.28	17.6		20.02				
	9.68	14.08	18.48	24.86				
	10.78		14.96	15.18				
	18.7	45.1	47.08	49.5				
<b>Media</b>	<b>19.33</b>	<b>27.13</b>	<b>30.04</b>	<b>34.96</b>				
<b>var</b>	<b>78.98</b>	<b>117.69</b>	<b>216.81</b>	<b>393.00</b>				
u	15.33	22.25	23.41	26.04				
alfa	6.929	8.459	11.480	15.457				
T	5.000	5.000	5.000	5.000				
h	25.721	34.934	40.631	49.220				
t	0.250	0.500	0.750	1.000				
logh	3.247	3.553	3.705	3.896	ymedio	3.600	xymedio	-2.131
logt	-1.386	-0.693	-0.288	0.000	xmedio	-0.592	n	4.000
xiyi	-4.502	-2.463	-1.066	0.000	Sommaxiyi	-8.031		
xi2	1.922	0.480	0.083	0.000	Sommaxi2	2.485		
<b>B=n</b>	<b>0.454</b>							
A	3.869							
<b>a</b>	<b>47.894</b>							
hcalc	25.53	34.97	42.03	47.89				
<b>h20'</b>	<b>29.09</b>	<b>mm</b>						

### **Esercizio n°3**

**a)** Le due pompe appartengono alla stessa famiglia quindi si può applicare il Principio di similitudine fluidodinamica:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{n_2}{n_1} \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^3$$

da cui

$$Q_2 = \frac{n_2}{n_1} \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^3 Q_1$$

e

$$\frac{h_2}{h_1} = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2$$

da cui

$$h_2 = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 h_1$$

Sostituendo i valori numerici e utilizzando i valori di portata (in m<sup>3</sup>/s) e prevalenza (in m) ottenuti per la pompa operante al numero di giri  $n_1$  si ottengono le caratteristiche della pompa operante al numero di giri  $n_2$  tabulate e graficate nella pagina successiva.

**b)** I valori dei coefficienti adimensionali  $\Phi$  e  $\Psi$  si ottengono da:

$$\Phi = \frac{Q}{nD^3}$$

e

$$\Psi = \frac{gh}{n^2 D^2}$$

Sostituendo i valori numerici di portata e prevalenza della pompa operante al numero di giri  $n_1$  e della pompa operante al numero di giri  $n_2$  si ottengono i valori dei coefficienti dimensionali tabulati e graficati nella pagina successiva.

**c)** Le portate sollevate dalle pompe poste in parallelo sono diverse dal momento che le curve caratteristiche delle due pompe sono diverse come evidenziato dalla figura nella pagina successiva. Due pompe aventi curve caratteristiche diverse poste in parallelo forniscono la stessa prevalenza trattando portate diverse.

**d)** Le portate sollevate dalle pompe poste in serie sono le stesse indipendentemente dal fatto che le due pompe appartengano alla stessa famiglia o meno. Infatti due pompe anche se hanno curve

caratteristiche diverse poste in serie trattano la stessa portata fornendo eventualmente prevalenze diverse.

$n1$ (giri/s)	$n1$ (giri/min)	$D$ (mm)		$n2$ (giri/s)	$n2$ (giri/min)	$D$ (mm)
16.7	1000	550		13.3	800	550
<b>Q1</b>	<b>h1</b>	<b><math>\eta1</math></b>		<b>Q2</b>	<b>h2</b>	<b><math>\eta2</math></b>
0	43	0		0.00	27.52	0
0.1	42	0.52		0.08	26.88	0.52
0.2	40	0.68		0.16	25.60	0.68
0.3	37	0.71		0.24	23.68	0.71
0.4	30	0.73		0.32	19.20	0.73
0.5	20	0.72		0.40	12.80	0.72
0.6	11	0.69		0.48	7.04	0.69
0.7	0	0.59		0.56	0.00	0.59
<b><math>\Phi1</math></b>	<b><math>\Psi1</math></b>	<b><math>\Phi2</math></b>	<b><math>\Psi2</math></b>			
0.00	5.02	0.00	5.02			
0.04	4.90	0.04	4.90			
0.07	4.67	0.07	4.67			
0.11	4.32	0.11	4.32			
0.14	3.50	0.14	3.50			
0.18	2.33	0.18	2.33			
0.22	1.28	0.22	1.28			
0.25	0.00	0.25	0.00			

