Prova Scritta

Esercizio n°1

Con riferimento all'equazione di Horton per il calcolo dell'infiltrazione si assuma un tasso iniziale di infiltrazione f_0=5 cm/h, un valore del tasso costante f_c=1 cm/h ed una costante di decadimento k=2 h^{-1}. Determinare l'andamento nel tempo dell'infiltrato cumulato e del tasso di infiltrazione, ed in particolare i relativi valori a t=0 h, t=0.5 h, t=1 h, t=1.5 h, t=2 h. Graficare l'andamento nel tempo dell'infiltrato cumulato e del tasso di infiltrazione.

Esercizio n°2

Si supponga di modellare un bacino come un serbatoio lineare con k=2 h e Δt=1 h. Calcolare l'andamento nel tempo della risposta del bacino a fronte del seguente evento di precipitazione ed assumendo un coefficiente di perdita Φ=12 mm/h .

t (h)	*h (mm)*
1	18
2	26
3	10

Esercizio n°3

Nella tabella sottostante sono indicati i valori massimi annui di portata osservati alla sezione di chiusura di un bacino. Assumendo che le arginature del corso d'acqua in corrispondenza della sezione di interesse siano state dimensionate per contenere una portata massima Q=45 m^3/s valutare la probabilità che esse falliscano una volta nei prossimi 10 anni. Valutare inoltre la probabilità che esse falliscano almeno una volta nei prossimi 10 anni.

ANNO	**Q (m^3/s)**
1975	32
1976	48
1977	28
1978	30
1979	26
1980	24
1981	32
1982	31
1983	23
1984	20
1985	19
1986	32
1987	18
1988	25
1989	33
1990	24
1991	42
1992	17
1993	19
1994	18
1995	21
1996	39
1997	37

Esercizio n°1

Con riferimento all'equazione di Horton per il calcolo dell'infiltrazione si assuma un tasso iniziale di infiltrazione f_0=5 cm/h, un valore del tasso costante f_c=1 cm/h ed una costante di decadimento k=2 h^{-1}. Determinare l'andamento nel tempo dell'infiltrato cumulato e del tasso di infiltrazione, ed in particolare i relativi valori a t=0 h, t=0.5 h, t=1 h, t=1.5 h, t=2 h. Graficare l'andamento nel tempo dell'infiltrato cumulato e del tasso di infiltrazione. Si assumano condizione di saturazione in superficie.

Soluzione

L'andamento nel tempo del tasso di infiltrazione *f*(t) e dell'infiltrato cumulato *F*(t) sono dati da:

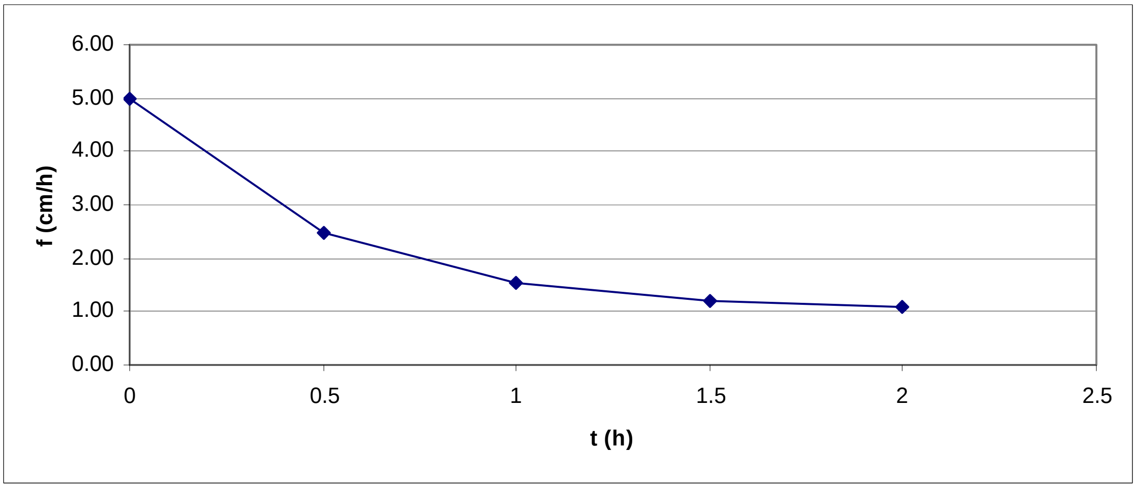
$$f(t) = f_c + \left(f_o - f_c\right)e^{-kt}$$

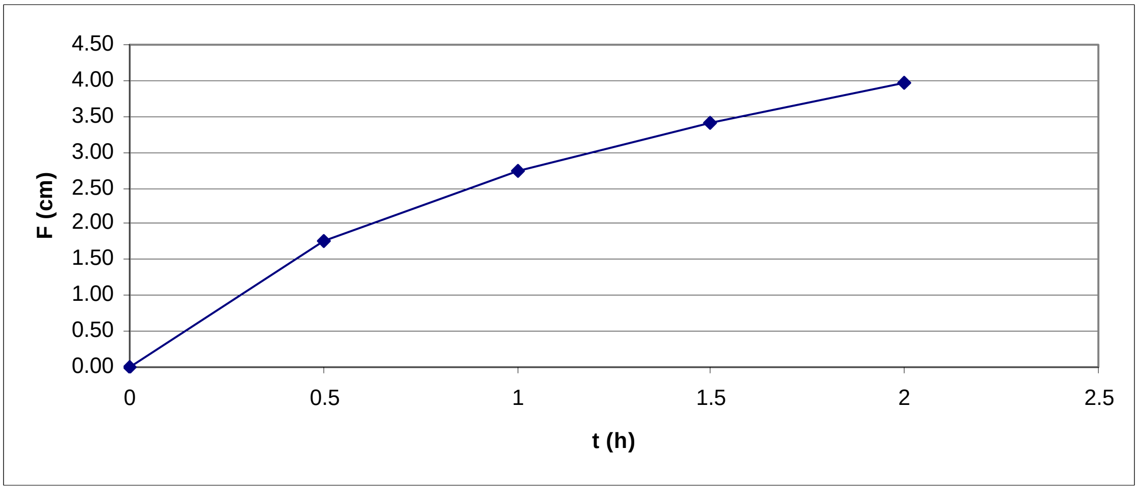
e

$$F(t) = f_c t + \left(f_o - f_c\right)\left(1 - e^{-kt}\right)/k$$

Ovvero, assegnati i parametri si ha:

t (h)	***f (cm/h)***	***F(cm)***
0	5.00	0.00
0.5	2.47	1.76
1	1.54	2.73
1.5	1.20	3.40
2	1.07	3.96


6.00
5.00
4.00
3.00
2.00
1.00
0.00
f (cm/h)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
t (h)


4.50
4.00
3.50
3.00
2.50
2.00
1.50
1.00
0.50
0.00
F (cm)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
t (h)

Esercizio n°2

Si supponga di modellare un bacino come un serbatoio lineare con k=2 h e Δt=1 h. Calcolare l'andamento nel tempo della risposta del bacino a fronte del seguente evento di precipitazione ed assumendo un coefficiente di perdita Φ=12 mm/h .

t (h)	***h (mm)***
1	18
2	26
3	10

Soluzione

La risposta ad un impulso unitario di un serbatoio lineare con k=1 h e Δt=1 h è:

$$h(t) = \left(1 - e^{-t/k}\right)/\Delta t = \left(1 - e^{-t/2}\right) \;\; se \;\; 0 < t \le \Delta t$$
$$h(t) = e^{-t/k}\left(e^{\Delta t/k} - 1\right)/\Delta t = e^{-t/2}\left(e^{1/2} - 1\right) \;\; se \;\; t > \Delta t$$

La pioggia netta è pari a 6 mm nella prima ora e 14 mm nella seconda ora

La risposta a questa pioggia netta si calcola applicando il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$Q(t) = P_1 h(t) + P_2 h(t - \Delta t)$$

quindi:

per $t \le 1h$

$$Q(t) = 6\left(1 - e^{-t/2}\right)$$

per $1h < t < 2h$

$$Q(t) = 6e^{-t/2}\left(e^{1/2} - 1\right) + 14\left(1 - e^{-(t-1)/2}\right)$$

per $2h < t$

$$Q(t) = 6e^{-t/2}\left(e^{1/2} - 1\right) + 14e^{-(t-1)/2}\left(e^{1/2} - 1\right)$$

Esercizio n°3

Nella tabella sottostante sono indicati i valori massimi annui di portata osservati alla sezione di chiusura di un bacino. Assumendo che le arginature del corso d’acqua in corrispondenza della sezione di interesse siano state dimensionate per contenere una portata massima Q=45 m^3/s valutare la probabilità che esse falliscano una volta nei prossimi 10 anni. Valutare inoltre la probabilità che esse falliscano almeno una volta nei prossimi 10 anni.

ANNO	Q (m^3/s)
1975	32
1976	48
1977	28
1978	30
1979	26
1980	24
1981	32
1982	31
1983	23
1984	20
1985	19
1986	32
1987	18
1988	25
1989	33
1990	24
1991	42
1992	17
1993	19
1994	18
1995	21
1996	39
1997	37

Soluzione

Sulla base del campione di dati, mediante il metodo dei momenti si stimano i parametri della distribuzione di Gumbel:

$$F_x(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\frac{(x-u)}{\alpha}\right]\right\};$$

$$\sigma^2 = 1.645\alpha^2;$$

$$\mu = u + 0.5772\alpha;$$

essendo

$$\hat{\mu} = 27.74 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\hat{\sigma}^2 = 70.38 \text{ (m}^3/\text{s)}^2$$

da cui

u=23.96, α=6.54.

La probabilità cumulata $F_Q(q)$ corrispondente ad una portata q=45 m^3/s sarà:

$$F_Q(q) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{q-u}{\alpha}\right)\right) = 0.961$$

ed il corrispondente tempo di ritorno sarà:

$$T = \frac{1}{1-F_Q(q)} = 25.4 \text{ anni.}$$

La probabilità che fallisca y=1 sola volta in n=20 anni è:

$$P_Y(y) = \frac{n!}{y!(n-y)!} p^y (1-p)^{n-y} = \frac{10!}{1!(10-1)!}\left(\frac{1}{25.4}\right)^1\left(1-\frac{1}{25.4}\right)^{10-1} = 27.4\%$$

La probabilità che fallisca almeno una volta su di un orizzonte temporale n=10 anni è:
$R=1-(1-1/T)^n=33\%$