

# Capitolo 3

## Compressione sorgenti statiche

- **Elementi di codifica di sorgente**
  - Entropia
  - Classificazione degli algoritmi
- **Testo**
  - RLE
  - Huffman statico
  - Huffman dinamico
  - Codifica aritmetica
  - LZ
- **Immagini**
  - Prestazioni
  - GIF
  - JPEG

# Prestazioni Lossy

- **Parametri di misura** per il **controllo qualitativo** della parte di ridondanza eliminata dal processo di compressione

$$MSE = \frac{1}{WH} \sum_{i=0}^{W-1} \sum_{j=0}^{H-1} [X(i,j) - C(i,j)]^2$$
$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{MAX^2}{MSE}$$

- **PSNR** (Peak Signal to Noise Ratio)

- Parametro **OGGETTIVO**
- Immagine a scale di grigio, WxH
- X(i,j) intensità di grigio del pixel (i,j) nell'immagine originale
- C(i,j) intensità di grigio del pixel (i,j) nell'immagine degradata
- MSE (Mean Square Error), errore quadratico medio
- MAX valore massimo di intensità di un pixel
- Immagini a colori: mediare MSE sulle componenti del piano colore

**Esempio** 

- **MOS** (Mean Opinion Score)

- Parametro **SOGGETTIVO**
- Scala di valutazioni: tra 1(qualità scarsa) e 5 (qualità eccellente)

# PSNR

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| X(0,0) | X(0,1) | X(0,2) | X(0,3) |
| X(1,0) | X(1,1) | X(1,2) | X(1,3) |
| X(2,0) | X(2,1) | X(2,2) | X(2,3) |
| X(3,0) | X(3,1) | X(3,2) | X(3,3) |

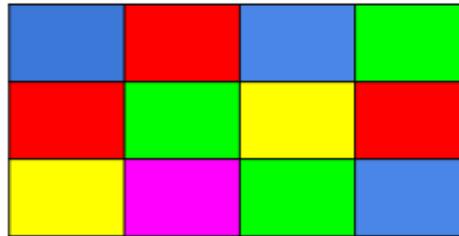
|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| C(0,0) | C(0,1) | C(0,2) | C(0,3) |
| C(1,0) | C(1,1) | C(1,2) | C(1,3) |
| C(2,0) | C(2,1) | C(2,2) | C(2,3) |
| C(3,0) | C(3,1) | C(3,2) | C(3,3) |

$$1/16 * \{ [X(0,0)-C(0,0)]^2 + [X(0,1)-C(0,1)]^2 + [X(0,2)-C(0,2)]^2 + \dots + [X(3,3)-C(3,3)]^2 \}$$

# GIF (Graphics Interchange Format)

- **Algoritmo:**
  - Creazione di un dizionario di colori (PALETTE)
  - Sostituzione dei colori originali con i soli colori appartenenti alla palette
  - Applicazione dell'algoritmo LZW dove le stringhe sono stringhe di colori
- Dimensione tipica della palette:  $256 = 2^8$ , 8 bit per indice della palette
  - Con immagine originale RGB si passa da 24bpp a 8bpp
- **Palette** generale (Global Color Map) e palette locale (Local Color Map)
- **Lossless** (se la/le palette riesce a contenere TUTTI i colori dell'immagine originale)
- **Lossy** (viceversa)
  - In tal caso la scelta dei colori da inserire nella palette determina le prestazioni del processo di compressione
  - **Varie tecniche di riempimento della palette**
    - Istogramma dei primi J colori
    - Istogramma dei primi J colori, considerando solo i primi b bit di ogni componente del piano colore

# GIF



LOSSY

|   |        |
|---|--------|
| 1 | Red    |
| 2 | Yellow |
| 3 | Blue   |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 3 | 2 |
| 1 | 2 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 3 |

LZW

LOSSLESS

|   |         |
|---|---------|
| 1 | Red     |
| 2 | Yellow  |
| 3 | Blue    |
| 4 | Green   |
| 5 | Magenta |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 3 | 4 |
| 1 | 4 | 2 | 1 |
| 2 | 5 | 4 | 3 |

LZW

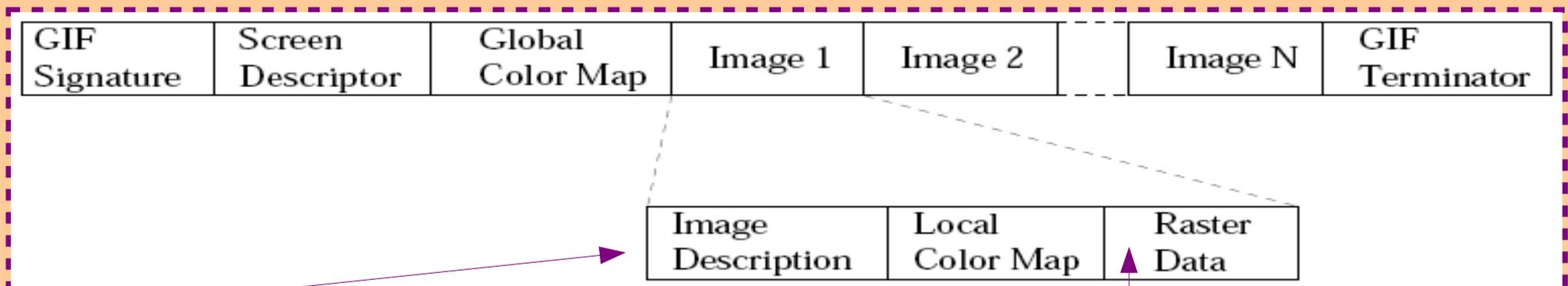
# GIF - Formato

Versione del compressore

- Dimensione orizzontale
- Dimensione verticale
- $g = \# \text{bit}$  che identificano un colore nella Global Color Map

- Global Color Map con  $2^g$  colori

- Piazzamento di un blocco nell'immagine, con eventuale Local Color Map



- Posizione pixel di sinistra
- Posizione pixel in alto
- Dimensione orizzontale del blocco
- Dimensione verticale del blocco
- Indicazione di utilizzo di GCM o LCM
- $\# \text{bit}$  indice colore della LCM
- Scansione sequenziale o interlacciata

- Scansione del blocco
- Nel caso interlacciato:
  - Una riga ogni 8 a partire dalla 1: 1, 9, 17...
  - Una riga ogni 8 a partire dalla 5: 5, 13, 21...
  - Una riga ogni 4 a partire dalla 3: 3, 7, 11...
  - Le righe restanti: 2, 4, 6, 8, 10...

# GIF - Esempio

originale



256 colori

64 colori



32 colori

16 colori



8 colori

4 colori



2 colori

| Colori | PSNR(dB) |
|--------|----------|
| 256    | 31.07    |
| 64     | 27.04    |
| 32     | 23.83    |
| 16     | 21.30    |
| 8      | 19.61    |
| 4      | 16.12    |
| 2      | 15.08    |

Figura A.13: Esempio di riduzione dei colori nella Palette.

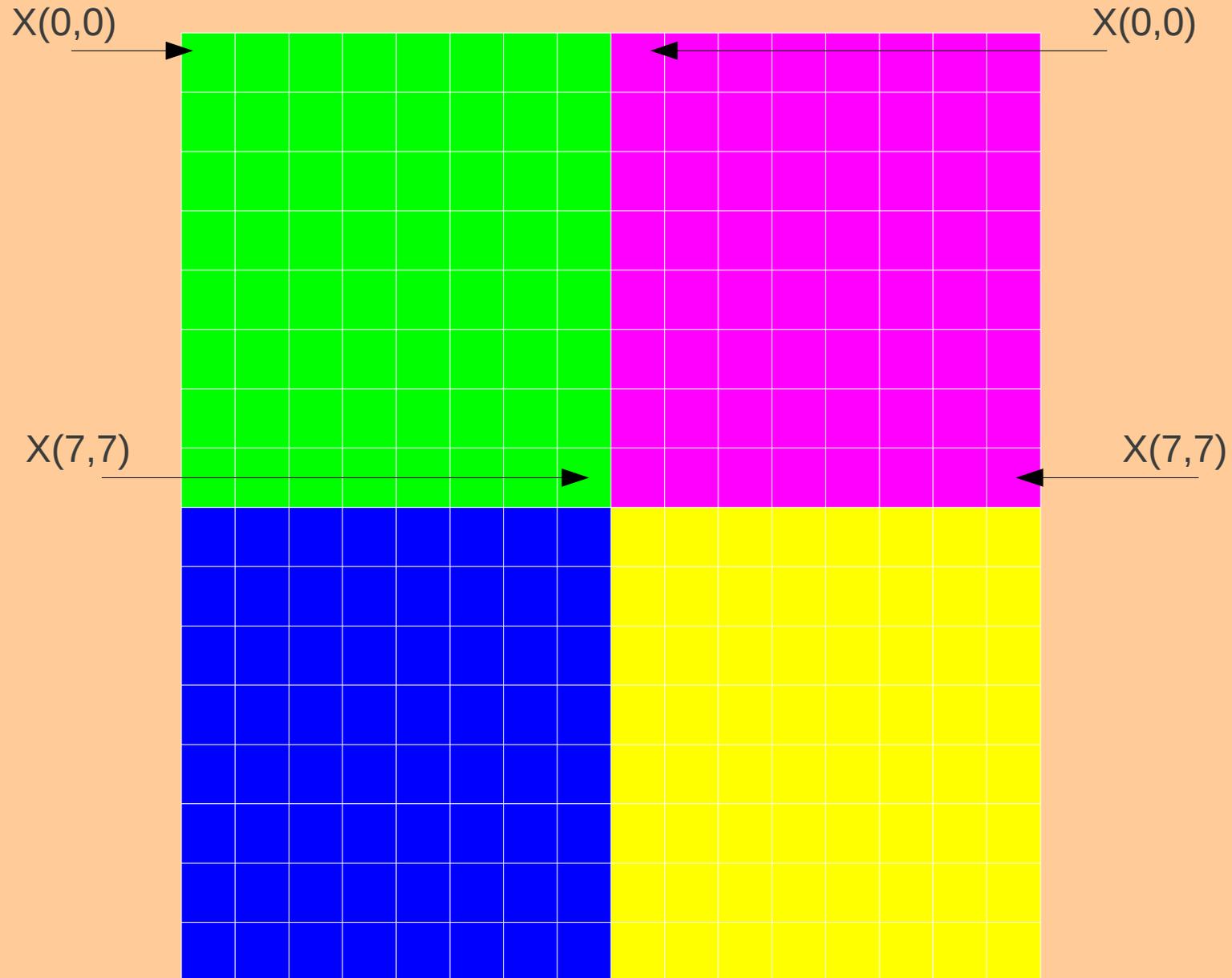
# JPEG (Joint Photographic Experts Group)

- **LOSSY**
- **Algoritmo**
  1. Preparazione dell'immagine
  2. DCT
  3. Quantizzazione
  4. Codifica
  5. Costruzione del file

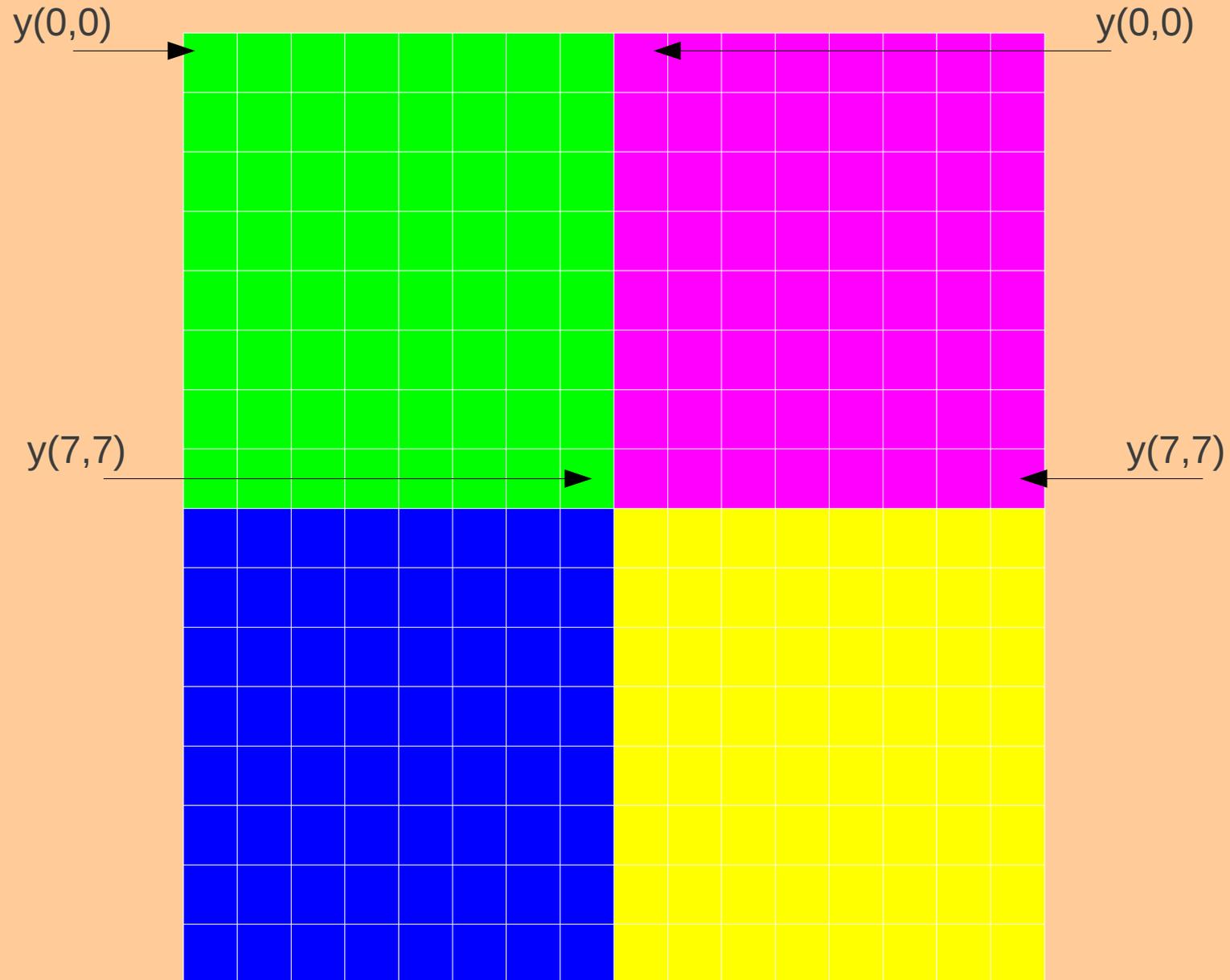
# JPEG – 1. preparazione dell'immagine

- Trasformazione da piano RGB a piano **YCbCr**
- Suddivisione dell'immagine in **blocchi 8x8 pixel**
  - Ciascuno processato indipendentemente dagli altri
  - Semplificare la complessità computazionale
- Per ogni componente colore, riportare ad una **rappresentazione simmetrica**:
  - $x_{i,j}$  generica ampiezza del pixel in posizione  $i,j$ 
    - ♦  $\{0, \dots, 255\}$
  - $y_{i,j}$  normalizzato
    - ♦  $\{-127, \dots, 127\}$

# JPEG – 1. preparazione dell'immagine luminanza e crominanza



# JPEG – 1. preparazione dell'immagine luminanza e crominanza



# JPEG – 1. preparazione dell'immagine luminanza e crominanza

|     |     |     |    |     |     |     |    |
|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|----|
| 245 | 34  | 23  | 66 | 165 | 195 | 132 | 44 |
| 45  | 176 | ... |    |     |     |     |    |
|     |     |     |    |     |     |     |    |
|     |     |     |    |     |     |     |    |
|     |     |     |    |     |     |     |    |
|     |     |     |    |     |     |     |    |
|     |     |     |    |     |     |     |    |
|     |     |     |    |     |     |     |    |

$x(i,j)$

|     |     |      |     |    |    |   |     |
|-----|-----|------|-----|----|----|---|-----|
| 117 | -94 | -105 | -62 | 37 | 67 | 4 | -84 |
| -83 | 48  | ...  |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |

$y(i,j)$

# JPEG – 2. DCT

|     |     |      |     |    |    |   |     |
|-----|-----|------|-----|----|----|---|-----|
| 117 | -94 | -105 | -62 | 37 | 67 | 4 | -84 |
| -83 | 48  | ...  |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |
|     |     |      |     |    |    |   |     |

$y(i,j)$

$Y(0,0)$

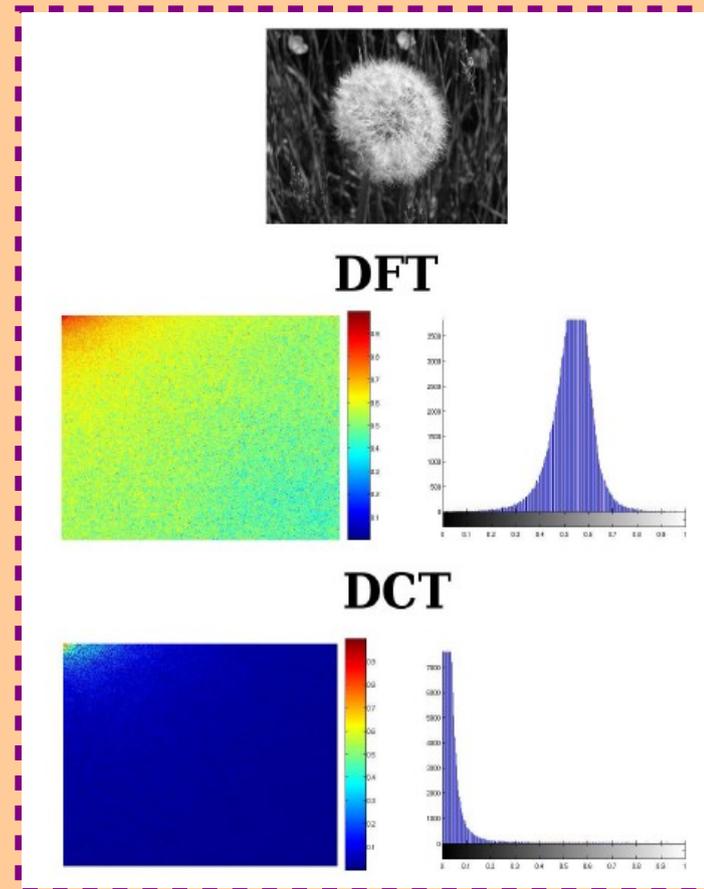
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

$Y(f_x, f_y)$

$Y(7,7)$

# JPEG – 2. DCT

- Discrete Cosine Transform, preferita a DFT
  - Solo numeri **reali**
  - Compatta maggiormente informazione verso **frequenze basse**
- Componenti **DC** ( $f_x = f_y = 0$ ) intensità media del quadratino 8x8
- Componenti **AC** ( $f_x \neq 0, f_y \neq 0$ )
  - Tanto più pronunciate quanto più sono vicine e nette le variazioni nell'immagine
- **Invertibile e non introduce perdite**



$$Y_{f_x, f_y} = \frac{\Lambda(f_x)\Lambda(f_y)}{4} \sum_{i=0}^7 \sum_{j=0}^7 y_{i,j} \cos \left[ \frac{\pi}{8} \left( i + \frac{1}{2} \right) f_x \right] \cos \left[ \frac{\pi}{8} \left( j + \frac{1}{2} \right) f_y \right]$$

$$Y_{f_x, f_y} = \frac{\Lambda(f_x)\Lambda(f_y)}{4} \sum_{i=0}^7 \sum_{j=0}^7 y_{i,j} \phi_{i, f_x} \phi_{j, f_y}$$

$$\cos \left[ \frac{\pi}{8} \left( a + \frac{1}{2} \right) b \right] = \phi_{a,b}$$

# JPEG – 3. Quantizzazione

- **Occhio umano sensibile a basse frequenze e alla componente continua DC**
  - Basse frequenze devono essere rappresentate meglio rispetto alle alte
  - Quantizzazione riduce ampiezza delle componenti ad alte frequenze e li riporta a numeri interi → richiedono meno bit per essere rappresentati
- Processo **IRREVERSIBILE** (LOSSY)
- **$\alpha$  = FATTORE DI COMPRESSIONE**
  - Compreso tra 0 e 1
  - Più è piccolo  $\alpha$ , più l'immagine risulta compressa e la qualità degradata

$$O(f_x, f_y) = \left\lfloor \frac{\alpha Y_{f_x, f_y}}{Q_{f_x, f_y}} \right\rfloor$$

|    |    |    |    |     |     |     |     |
|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| 16 | 11 | 10 | 16 | 24  | 40  | 51  | 61  |
| 12 | 12 | 14 | 19 | 26  | 58  | 60  | 55  |
| 14 | 13 | 16 | 24 | 40  | 57  | 69  | 56  |
| 14 | 17 | 22 | 29 | 51  | 87  | 80  | 62  |
| 18 | 22 | 37 | 56 | 68  | 109 | 103 | 77  |
| 24 | 36 | 55 | 64 | 81  | 104 | 113 | 92  |
| 49 | 64 | 78 | 87 | 103 | 121 | 120 | 101 |
| 72 | 92 | 95 | 98 | 112 | 100 | 103 | 99  |

Tabella 3.9: Matrice di quantizzazione della luminanza.

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 17 | 18 | 24 | 47 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 18 | 21 | 26 | 66 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 24 | 26 | 56 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 47 | 66 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |

Tabella 3.10: Matrice di quantizzazione della cromaticità.

# JPEG – 4. Codifica

- **Componenti DC**

- Valore medio, poca variazione tra blocchetti vicini

- **CODIFICA DIFFERENZIALE**

- $M_j = D_j - D_{j-1}$

- $M_j$  avrà valori minori di  $D_j$  quindi serviranno meno bit per rappresentarli

- $M_j$  rappresentato con codifica a dimensione variabile, con  $L$  bit,  $L = \lfloor \log_2 |M_j| \rfloor + 1$

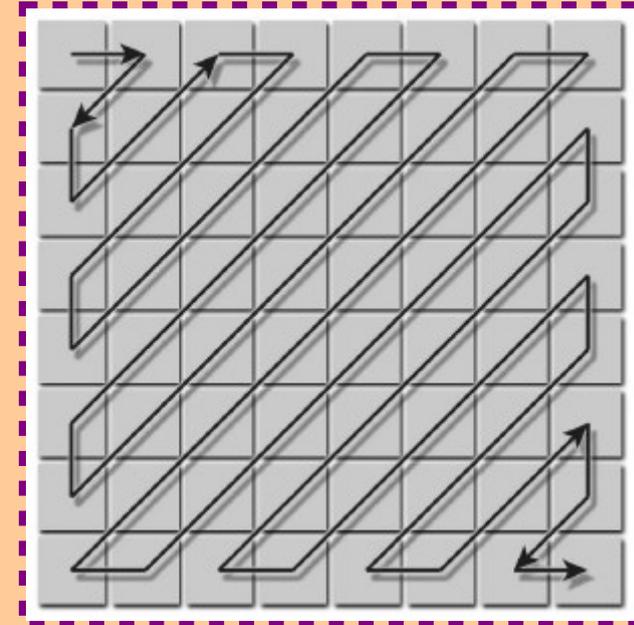
- **Componenti AC**

- Scansione a zig zag a partire da alto a sinistra, in modo da scandire prima le basse frequenze e per ultime le frequenze più alte → Stringa monodimensionale  $O_j$

- $O_j$  sarà composta da lunghi run nulli → **RLE** (z,v) con z lunghezza del run di zeri e v valore che interrompe il run di zeri e (0,0) terminatore., v rappresentato con  $L$  bit variabili (come sopra)

- 3,4,0,0,2,0,0,0,1 → (0,3) (0,4) (2,2) (3,1) (0,0)

- **Albero Huffman per combinare componenti AC e DC**



# JPEG – 4. Codifica

- **Componenti DC**
  - **Esempio codifica differenziale**
  - Per rappresentare il valore 1 mi serve 1 bit → 1
    - Per il valore 1 il bit 1, per il valore -1 il bit 0
  - Per rappresentar il valore 2 mi servono 2 bit → 10
    - Per il valore 2 i bit 10, per il valore -2 i bit 01
  - Per rappresentare il valore 3 mi servono 2 bit → 11
    - Per il valore 3 i bit 11, per il valore -3 i bit 00
    - .....
    - .....
  - Per rappresentare il valore 6 mi servono 3 bit → 110
    - Per il valore 6 i bit 110, per il valore -6 i bit 001

# JPEG –

## 4. Codifica

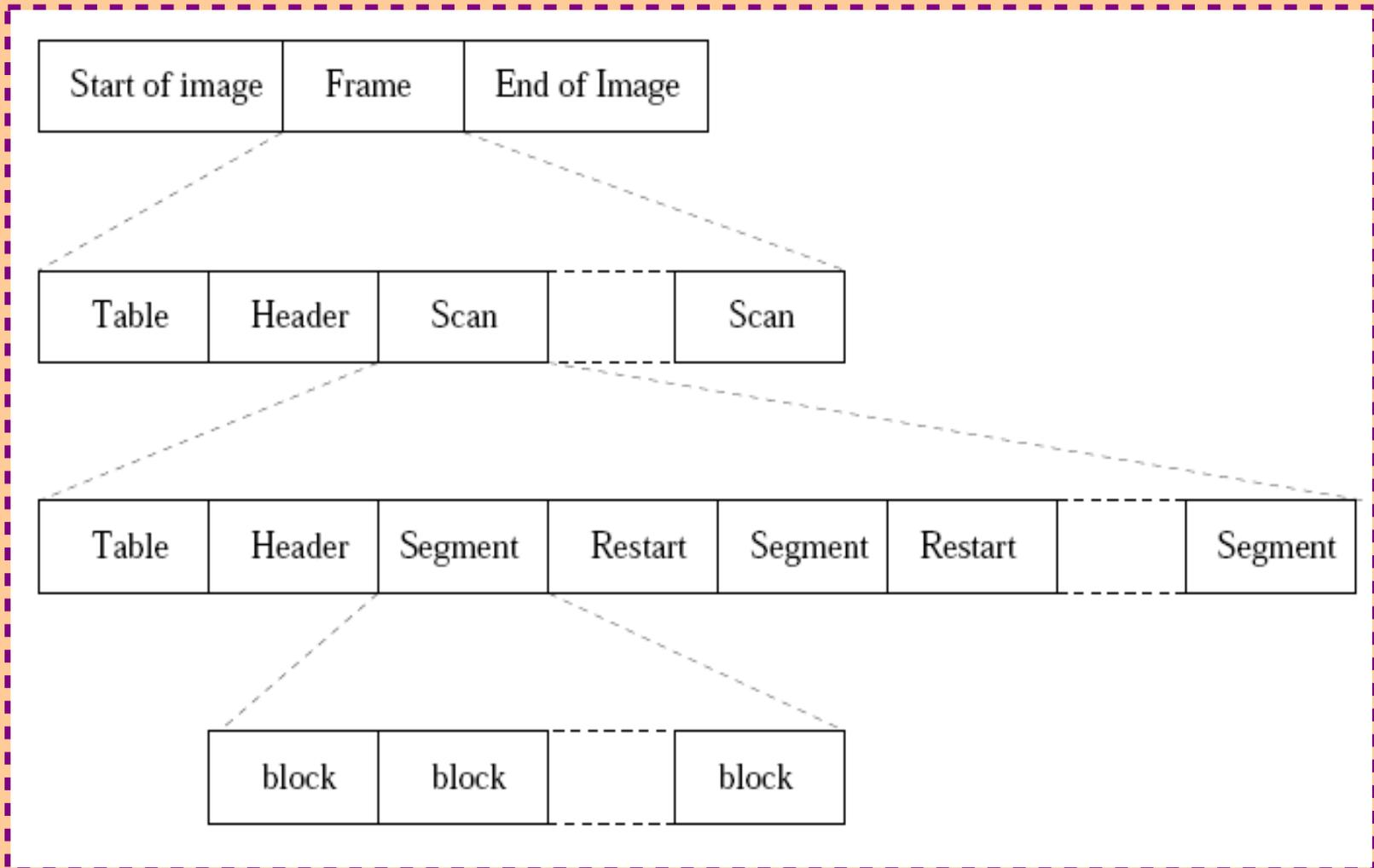
| L | Codice | G | L  | Codice    | G  |
|---|--------|---|----|-----------|----|
| 0 | 010    | 3 | 6  | 1110      | 10 |
| 1 | 011    | 4 | 7  | 11110     | 12 |
| 2 | 100    | 5 | 8  | 111110    | 14 |
| 3 | 00     | 5 | 9  | 1111110   | 16 |
| 4 | 101    | 7 | 10 | 11111110  | 18 |
| 5 | 110    | 8 | 11 | 111111110 | 20 |

Tabella 3.11: Huffman per componenti DC.

| z/L  | Codice           | G  | z/L   | Codice            | G  | z/L   | Codice           | G  |
|------|------------------|----|-------|-------------------|----|-------|------------------|----|
| 0/0  | 1010             | 4  | 6/1   | 1111011           | 8  | 12/1  | 1111111010       | 11 |
| 0/1  | 00               | 3  | 6/2   | 1111111000        | 13 | 12/2  | 111111111011010  | 18 |
| 0/2  | 01               | 4  | 6/3   | 111111110100111   | 19 | 12/3  | 111111111011011  | 19 |
| 0/3  | 100              | 6  | 6/4   | 1111111110101000  | 20 | 12/4  | 1111111111011100 | 20 |
| 0/4  | 1011             | 8  | 6/5   | 1111111110101001  | 21 | 12/5  | 1111111111011101 | 21 |
| 0/5  | 11010            | 10 | 6/6   | 1111111110101010  | 22 | 12/6  | 1111111111011110 | 22 |
| 0/6  | 111000           | 12 | 6/7   | 1111111110101011  | 23 | 12/7  | 1111111111011111 | 23 |
| 0/7  | 1111000          | 14 | 6/8   | 1111111110101100  | 24 | 12/8  | 111111111100000  | 24 |
| 0/8  | 1111110110       | 18 | 6/9   | 1111111110101101  | 25 | 12/9  | 111111111100001  | 25 |
| 0/9  | 111111110000010  | 25 | 6/10  | 1111111110101110  | 26 | 12/10 | 111111111100010  | 26 |
| 0/10 | 1111111110000011 | 26 | 7/1   | 11111001          | 9  | 13/1  | 11111111010      | 12 |
| 1/1  | 1100             | 5  | 7/2   | 11111111001       | 13 | 13/2  | 111111111100011  | 18 |
| 1/2  | 111001           | 8  | 7/3   | 111111110101111   | 19 | 13/3  | 111111111100100  | 19 |
| 1/3  | 1111001          | 10 | 7/4   | 1111111110110000  | 20 | 13/4  | 111111111100101  | 20 |
| 1/4  | 111110110        | 13 | 7/5   | 1111111110110001  | 21 | 13/5  | 111111111100110  | 21 |
| 1/5  | 11111110110      | 16 | 7/6   | 1111111110110010  | 22 | 13/6  | 111111111100111  | 22 |
| 1/6  | 1111111110000100 | 22 | 7/7   | 1111111110110011  | 23 | 13/7  | 111111111101000  | 23 |
| 1/7  | 1111111110000101 | 23 | 7/8   | 1111111110110100  | 24 | 13/8  | 111111111101001  | 24 |
| 1/8  | 1111111110000110 | 24 | 7/9   | 1111111110110101  | 25 | 13/9  | 111111111101010  | 25 |
| 1/9  | 1111111110000111 | 25 | 7/10  | 1111111110110110  | 26 | 13/10 | 111111111101011  | 26 |
| 1/10 | 1111111110001000 | 26 | 8/1   | 11111010          | 9  | 14/1  | 111111110110     | 13 |
| 2/1  | 11011            | 6  | 8/2   | 111111111000000   | 17 | 14/2  | 111111111101100  | 18 |
| 2/2  | 11111000         | 10 | 8/3   | 1111111110110111  | 19 | 14/3  | 111111111101101  | 19 |
| 2/3  | 1111110111       | 13 | 8/4   | 1111111110111000  | 20 | 14/4  | 111111111101110  | 20 |
| 2/4  | 1111111110001001 | 20 | 8/5   | 1111111110111001  | 21 | 14/5  | 111111111101111  | 21 |
| 2/5  | 1111111110001010 | 21 | 8/6   | 1111111110111010  | 22 | 14/6  | 111111111100000  | 22 |
| 2/6  | 1111111110001011 | 22 | 8/7   | 1111111110111011  | 23 | 14/7  | 111111111100001  | 23 |
| 2/7  | 1111111110001100 | 23 | 8/8   | 1111111110111100  | 24 | 14/8  | 111111111100010  | 24 |
| 2/8  | 1111111110001101 | 24 | 8/9   | 1111111110111101  | 25 | 14/9  | 111111111100011  | 25 |
| 2/9  | 1111111110001110 | 25 | 8/10  | 1111111110111110  | 26 | 14/10 | 111111111101000  | 26 |
| 2/10 | 1111111110001111 | 26 | 9/1   | 11111000          | 10 | 15/1  | 111111111110101  | 17 |
| 3/1  | 111010           | 7  | 9/2   | 1111111110111111  | 18 | 15/2  | 111111111110110  | 18 |
| 3/2  | 111110111        | 11 | 9/3   | 1111111111000000  | 19 | 15/3  | 111111111110111  | 19 |
| 3/3  | 11111110111      | 14 | 9/4   | 1111111111000001  | 20 | 15/4  | 111111111111000  | 20 |
| 3/4  | 1111111110010000 | 20 | 9/5   | 1111111111000010  | 21 | 15/5  | 111111111111001  | 21 |
| 3/5  | 1111111110010001 | 21 | 9/6   | 1111111111000011  | 22 | 15/6  | 111111111111010  | 22 |
| 3/6  | 1111111110010010 | 22 | 9/7   | 11111111110000100 | 23 | 15/7  | 111111111111011  | 23 |
| 3/7  | 1111111110010011 | 23 | 9/8   | 11111111110000101 | 24 | 15/8  | 111111111111100  | 24 |
| 3/8  | 1111111110010100 | 24 | 9/9   | 11111111110000110 | 25 | 15/9  | 111111111111101  | 25 |
| 3/9  | 1111111110010101 | 25 | 9/10  | 11111111110000111 | 26 | 15/10 | 111111111111110  | 26 |
| 3/10 | 1111111110010110 | 26 | 10/1  | 11111001          | 10 |       |                  |    |
| 4/1  | 111011           | 7  | 10/2  | 1111111111001000  | 18 |       |                  |    |
| 4/2  | 1111111000       | 12 | 10/3  | 1111111111001001  | 19 |       |                  |    |
| 4/3  | 1111111110010111 | 19 | 10/4  | 1111111111001010  | 20 |       |                  |    |
| 4/4  | 1111111110011000 | 20 | 10/5  | 1111111111001011  | 21 |       |                  |    |
| 4/5  | 1111111110011001 | 21 | 10/6  | 1111111111001100  | 22 |       |                  |    |
| 4/6  | 1111111110011010 | 22 | 10/7  | 1111111111001101  | 23 |       |                  |    |
| 4/7  | 1111111110011011 | 23 | 10/8  | 1111111111001110  | 24 |       |                  |    |
| 4/8  | 1111111110011100 | 24 | 10/9  | 1111111111001111  | 25 |       |                  |    |
| 4/9  | 1111111110011101 | 25 | 10/10 | 1111111111010000  | 26 |       |                  |    |
| 4/10 | 1111111110011110 | 26 | 11/1  | 11111010          | 10 |       |                  |    |
| 5/1  | 1111010          | 8  | 11/2  | 1111111111010001  | 18 |       |                  |    |
| 5/2  | 1111111001       | 12 | 11/3  | 1111111111010010  | 19 |       |                  |    |
| 5/3  | 1111111110011111 | 19 | 11/4  | 1111111111010011  | 20 |       |                  |    |
| 5/4  | 1111111110100000 | 20 | 11/5  | 1111111111010100  | 21 |       |                  |    |
| 5/5  | 1111111110100001 | 21 | 11/6  | 1111111111010101  | 22 |       |                  |    |
| 5/6  | 1111111110100010 | 22 | 11/7  | 1111111111010110  | 23 |       |                  |    |
| 5/7  | 1111111110100011 | 23 | 11/8  | 1111111111010111  | 24 |       |                  |    |
| 5/8  | 1111111110100100 | 24 | 11/9  | 1111111111011000  | 25 |       |                  |    |
| 5/9  | 1111111110100101 | 25 | 11/10 | 1111111111011001  | 26 |       |                  |    |
| 5/10 | 1111111110100110 | 26 |       |                   |    |       |                  |    |

Tabella 3.12: Huffman per componenti AC.

# JPEG – 5. costruzione del file



originale



## JPEG – Esempio

| $\alpha$ | Dimensione | Compressione | PSNR(dB) |
|----------|------------|--------------|----------|
| 1.0      | 1330838    | 4.31         | 48.84    |
| 0.8      | 437990     | 13.11        | 36.09    |
| 0.6      | 301692     | 19.02        | 32.00    |
| 0.4      | 225970     | 25.41        | 29.87    |
| 0.2      | 139907     | 41.03        | 27.15    |
| 0.1      | 80786      | 71.06        | 24.73    |
| 0.0      | 25126      | 228.48       | 20.12    |