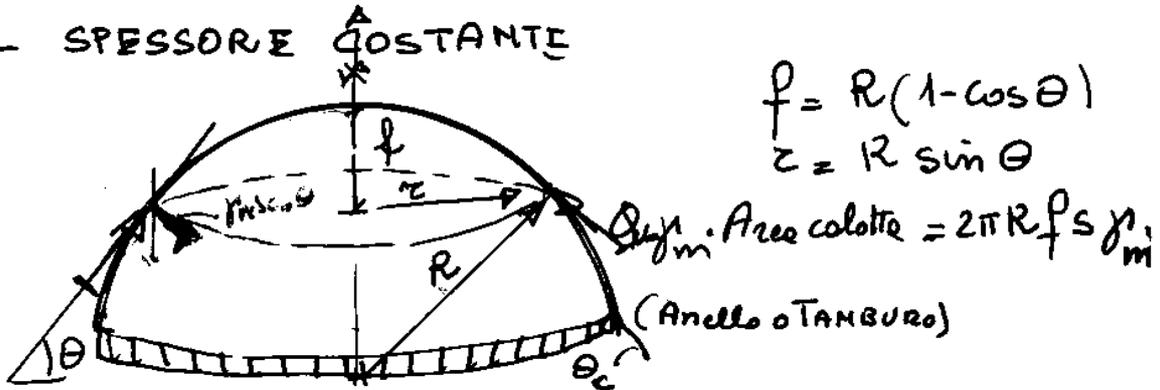


CUPOLE SFERICHE

- 13 -

- SOGGETTE UNICAMENTE AL PESO PROPRIO

- SPESSORE COSTANTE



$$f = R(1 - \cos \theta)$$

$$z = R \sin \theta$$

$$Q_{y_m} \cdot \text{Area capote} = 2\pi R f s y_m$$

(Anello o Tamburo)

$$S_1 = N_\theta = \frac{-2\pi R f s y_m}{2\pi z \sin \theta} = -y_m R s \frac{1 - \cos \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{y_m R s}{1 + \cos \theta}$$

Sull'anello di bordo si ha una azione orizzontale

$$H = -N_\theta \cos \theta_c = \frac{Q_{tot}}{2\pi} \cdot \cot \theta_c$$

se $\theta_c > 0$ (volte occidentali) l'anello di bordo è teso

essendo la volta sferica $R_1 \equiv R_2 \equiv R$

$$\frac{S_1}{R} + \frac{S_2}{R} = -y_m s \cos \theta \Rightarrow$$

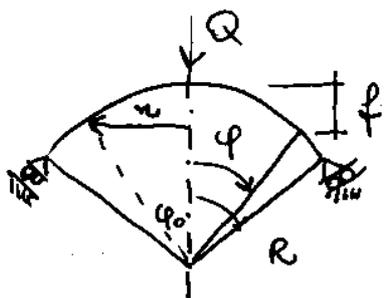
$$N_{\psi \rightarrow S_2} = R \left(-y_m s \cos \theta + \frac{y_m s}{1 + \cos \theta} \right) = R y_m s \frac{1 - \cos \theta - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$$

lo sforzo cercante è di compressione sino a $\theta \approx 51^\circ 50'$

Le volte in muratura con angoli di apertura $>$ inevitabilmente si fessurano

CUPOLA SFERICA

11-613



- spessore costante
- peso proprio

$$p_z = p \cos \varphi \quad R = R_2 = R_1$$

$$f = R(1 - \cos \varphi)$$

$$\text{Area calotta} = 2\pi R \cdot f \quad r = R \sin \varphi$$

Risultante al di sopra del generico parallelo

$$Q = p \cdot 2\pi R \cdot f = 2\pi p R^2 (1 - \cos \varphi)$$

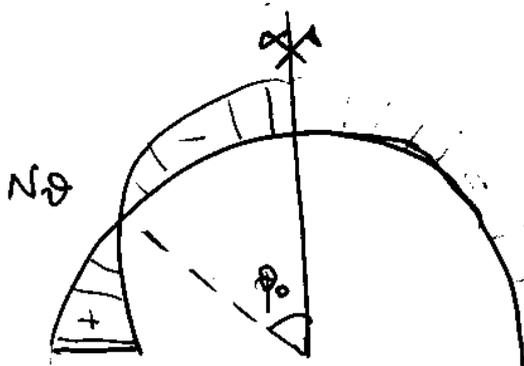
$$N_\varphi = - \frac{2\pi p R^2 (1 - \cos \varphi)}{2\pi R \sin^2 \varphi} = - \frac{pR}{1 + \cos \varphi}$$

$$\frac{N_\varphi}{R} + \frac{N_\vartheta}{R} = -p_z \Rightarrow N_\vartheta = -p_z \cdot R - N_\varphi =$$

$$= -pR \left(\cos \varphi - \frac{1}{1 + \cos \varphi} \right)$$

$$f(\varphi) = R(1+\nu) \frac{N_\varphi - N_\vartheta}{\sin \varphi}$$

$$= -pR^2(1+\nu) \left(\frac{2}{1 + \cos \varphi} - \cos \varphi \right)$$



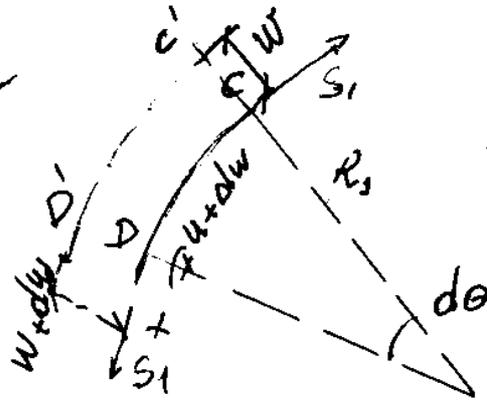
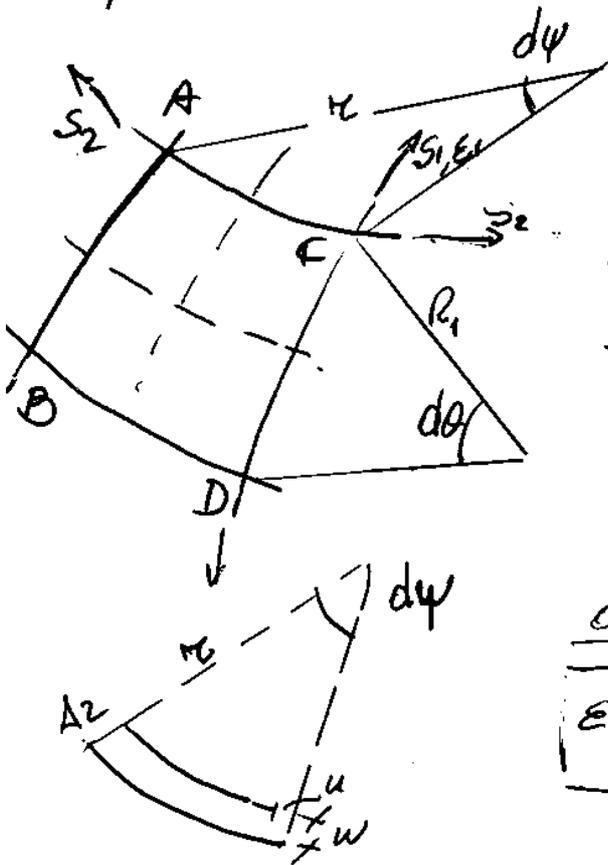
$$\varphi_0 \approx 51^\circ 50'$$

$$U = \frac{pR^2(1+\nu)}{ER} \int_{\varphi_0}^{\pi/2} \left[\frac{1}{1 + \cos \varphi} - \frac{1}{1 - \cos \varphi} + \log \frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \right] d\varphi$$

$$W = - \frac{pR^2}{2} (1+\nu) \left(\frac{\cos \varphi_0}{1 + \cos \varphi_0} - \frac{1}{1 + \cos \varphi_0} \right)$$

Le Deformazioni nelle membrane di rivoluzione

Deformazioni nei meridiani.



$$\boxed{\epsilon_1 = \frac{\Delta CD}{CD} = \frac{\Delta w}{R_1 d\theta} = \frac{1}{R_1} \left(\frac{dw}{d\theta} + w \right)}$$

deformazioni nei paralleli: (I)

$$\boxed{\epsilon_2 = \frac{\Delta z}{r} = \frac{1}{r} (u \cos \theta + w \sin \theta)}$$

relazioni costitutive

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E_s} (S_1 - \nu S_2) \quad (\text{II})$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E_s} (S_2 - \nu S_1)$$

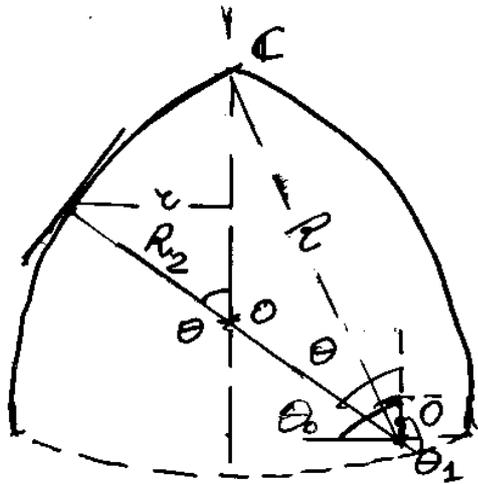
Sostituendo II in I si hanno 2 equazioni

diff. fra gli spostamenti u e w e gli sforzi S_1 e S_2

⇒ integrando u e w

(Belluzzi III pp 275-279)

NB le def e gli spostamenti sono molto piccoli.



$$r = R \sin \theta_1 - R \sin \theta$$

Il raggio di curvatura

$$R_2 = r / \sin \theta =$$

$$= R (\sin \theta_1 - \sin \theta) / \sin \theta$$

Q Pero sovrapponete il parallelo

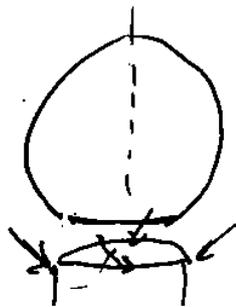
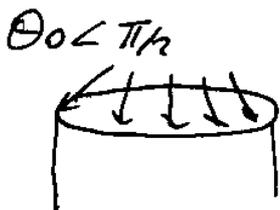
$$Q = \int_{\theta_1}^{\theta} 2\pi r R d\theta \gamma_m s = 2\pi \gamma_m R^2 [\cos \theta_1 - \cos \theta - (\theta - \theta_1) \sin \theta]$$

\Rightarrow

$$S_1 = -\gamma_m R s \frac{\cos \theta_1 - \cos \theta - (\theta - \theta_1) \sin \theta_1}{(\sin \theta - \sin \theta_1) \sin \theta}$$

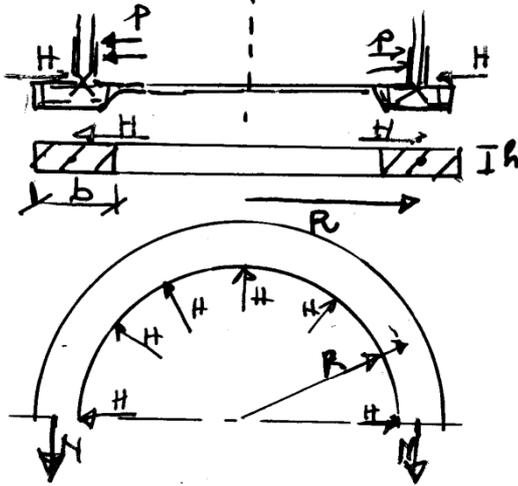
$$S_2 = -\gamma_m R s \frac{(\theta - \theta_1) \sin \theta_1 - (\cos \theta_1 - \cos \theta) + (\sin \theta - \sin \theta_1) \sin \theta}{\sin^2 \theta}$$

- se $\theta_0 < \pi/2$ l'anello di bordo è teso
- $\theta_0 > \pi/2$ l'anello di bordo è compresso (e questo è il caso delle cupole arabe)
- se $\theta_1 = 0$ $\bar{O} \in$ ome e si ritorna al caso delle cupole sferiche



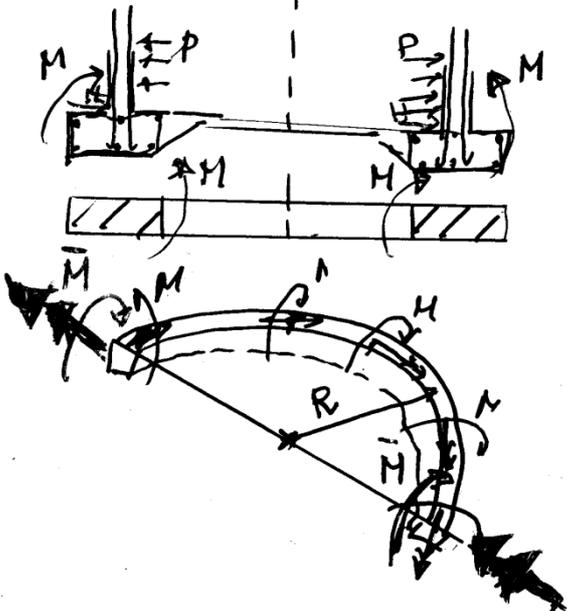
TRAVE AD ANELLO
(fondazione di serbatoi)
AZIONI Radiali orizzontali:

O. Belluzzi: vol II cap XXI



l'azione orizzontale H
è l'unica trasmessa nel
caso di serbatoi incernierati.
(o nel caso dei "tambari" della val)
Se l'anello è suff. sottile
(le altre azioni si possono trascurare
e l'anello è soggetto solo a N)
 $2N = 2RH \Rightarrow N = RH$
 $\sigma = \frac{RH}{bh}$, $\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{RH}{Ebh}$
 $\Rightarrow \Delta R = \epsilon \cdot R = \frac{R^2 H}{Ebh}$

Momenti (torcenti)



Nel caso di serbatoi
incastriati alle basi sono
presenti anche le coppie M
(e la trave ad anello è suff.
alta è presente anche un
momento di trasporto $H \cdot \frac{h}{2}$)
Eq. alle rotazioni attorno al diam.
 $2\bar{M} = \int_0^{\pi} 2MR \cos \theta d\theta = 2MR$
 $\Rightarrow \bar{M} = M \cdot R \Rightarrow$

$$\sigma_{max} = \frac{\bar{M}}{W} = \frac{MR}{J} \cdot \frac{h}{2}$$

Det. della rotazione φ delle Trave ad anello - 301 -



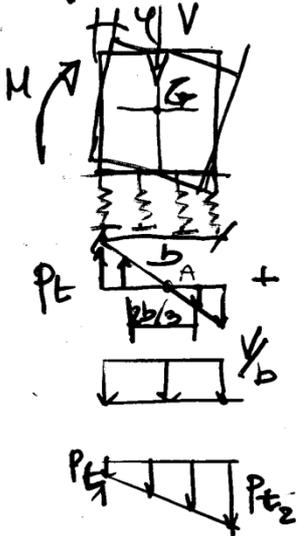
Per det. φ si può applicare Clapeyron

$$\frac{1}{2} Lc = \frac{1}{2} 2\pi R \cdot M \cdot \varphi$$

$$Lc = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{\sigma^2}{E} d\varphi = \frac{\pi M^2 R^2}{ES}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{MR^2}{ES}}$$

TRAVE ad anello su suolo alla Winkler
(si trascurano H)



sia k la cost. di Winkler

$$p_t = k v \Rightarrow p_{t \max} = \frac{k b \varphi}{2} = \frac{\beta}{2} \varphi$$

$$A) M_c = p_t \frac{b \cdot l}{6} = \beta \frac{b^2 \varphi}{12} \Rightarrow \varphi = \frac{M_c l}{\beta b^2}$$

il momento viene assorbito

parte dalla trave M_c e parte dal terreno

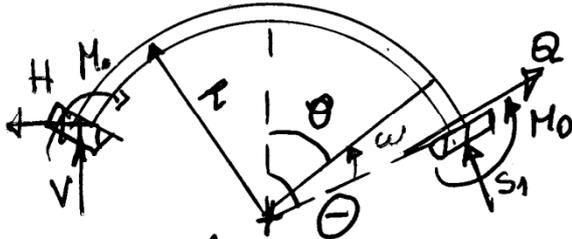
$$\varphi = \frac{(M_0 - M_c) R^2}{ES} = \frac{M_c l}{\beta b^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_c = \frac{M_0}{1 + \frac{12ES}{\beta b^2 R^2}} \\ p_c = \frac{6M_c}{\beta^2} \end{cases}$$

$$p_{t2} = \frac{6M_c}{\beta^2} + \frac{V}{b}$$

TEORIA FLESSIONALE ASINTOTICA (Per cupole
 assialsimmetriche) o di GEKELER (1926) (O. Belluzzi)
 vol III

Si consideri una cupola
 ed essa sia soggetta a vincoli che forniscano
 reazioni diverse da quelle tang. ai meridiani. Si



ϑ colatitude
 Θ " al vincolo
 $\omega = \Theta - \vartheta$

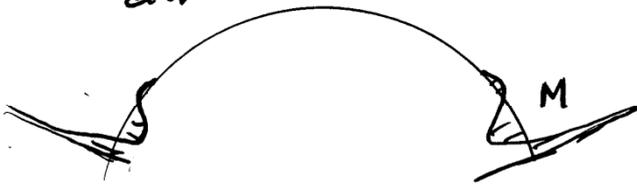
Gekeler ha ottenuto una eq di equilibrio nella
 direzione radiale

$$\frac{d^4 Q}{d\vartheta^4} + 4\gamma^4 Q = 0$$

$$\gamma^4 = \frac{E_s R^2}{B} = \frac{R^2}{12(1-\nu^2)S^3}$$

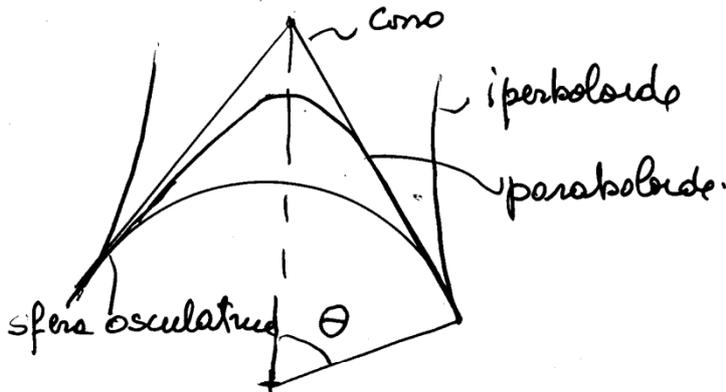
$$\Rightarrow Q = C_1 e^{-\gamma\omega} \sin(\gamma\omega + C_2)$$

$$\Rightarrow M = C_3 e^{-\gamma\omega} \sin(\gamma\omega + C_4)$$



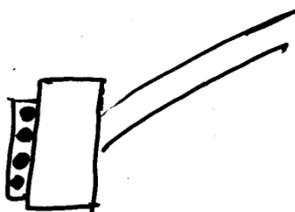
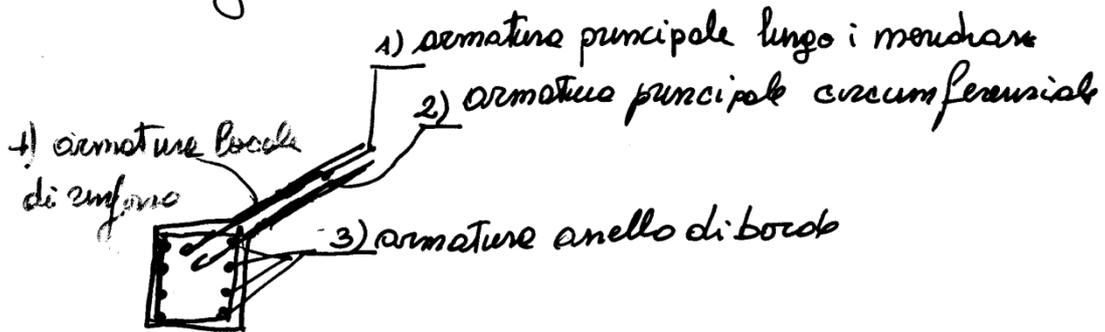
In prossimità del bordo, in quello che in Johanson
 è def. stretto limite, si hanno violentissimi momenti
 rapidamente oscillanti che in genere
 non è possibile coglierli con gli elementi finiti
 perché si esauriscono molto rapidamente.

I risultati delle volte "sferica" qualitativamente possono essere estesi alle altre volte di rivoluzione



Uncoi tipo "conico" ed incastrato possono ovviamente essere realizzati su volte metalliche o in c.a. (ovviamente non pu volte in muratura)

Dettaglio dell'armatura



e volte si realizza una precompressione circonferenziale dell'anello di bordo