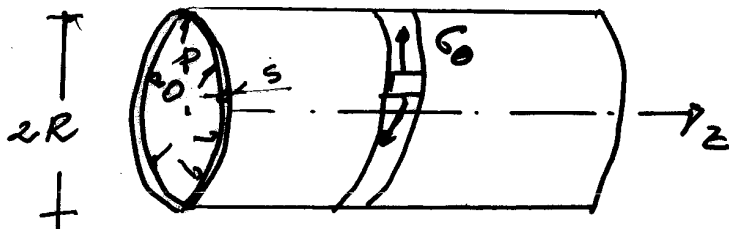


LASTRE CURVE

In generale le lastre curve presentano uno stato di sollecitazione composto sia membranale che flessionale.

LASTRE CILINDRICHE ASSIALSIMMETRICHE
(Tubi, serbatoi.... O. Belluzzi III cap XXVIII pp 307....)

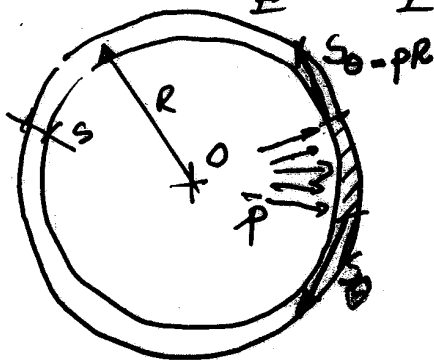
Si consideri un cilindro cavo, di spessore $s \ll R$,
Lo spessore s , il raggio R e la pressione interna p
possono variare secondo l'asse z del cilindro



Si osservi come la curvatura dei paralleli
è ovviamente $R_2 = R$, mentre i meridiani
sono rettilinei $R_1 = \infty$

Pertanto le uniche tensioni membranali
sono quelle circumferenziali. Sia $\bar{p}$ la pro. su un anello
 $\sigma_z = \sigma_\theta = \frac{\bar{p}R}{s} \quad (1a) \quad (\text{F. di Mariotte dei Tubi, SOTT. 4.})$

$$\Rightarrow \epsilon_\theta = \frac{\sigma_\theta}{E} = \frac{\bar{p}R}{Es} \quad (1b)$$

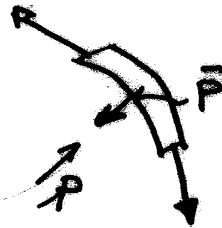
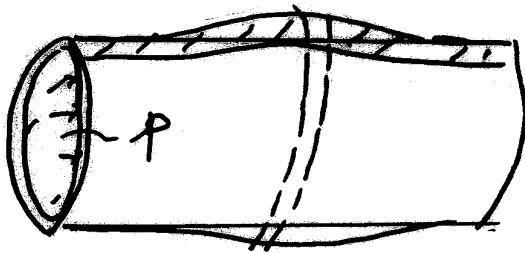


Per effetto delle pressioni
l'anello generico tende a
allargarsi e spostarsi in direzione
radiale di w

$$\epsilon_\theta = \frac{\Delta R}{R} = \frac{w}{R} \quad (1c)$$

e quindi $\Rightarrow \epsilon_\theta = \frac{\bar{p}R}{Es} = \frac{u}{R} \Rightarrow \boxed{\bar{p} = \frac{Esu}{R^2}}$

Invero poiché l'anello non è solato
a sostenere la pressione interna p contrapposizione
anche gli anelli adiacenti



l'azione radiale (per unità di superficie) trasmessa
alle staccie adiacenti risulta pertanto:

$$p - \bar{p} = p - \frac{Esu}{R^2} = p(\epsilon) - \beta u(\epsilon)$$

ove si è posto $\beta = \frac{Es}{R^2}$

Si consideri una staccia longitudinale,
che collega i diversi anelli, assumendo
la congruenza

E ne si può considerare una trave in
direzione z di rigidezza soggetta al carico $p - \bar{p}$
 $B = \frac{Es^3}{12(1-\nu^2)}$ (contrasse troncato
impedito come nelle piastre)

L'equazione differenziale di equilibrio (eq. linee
elastiche) si scrive (se s e dunque B sono
costanti):

$$B w^{IV} + \beta w = p(z) \quad \text{con } \beta = \frac{E S}{R^2}$$

(Eq. delle travi su ruolo alla Vinkler)

Se z è variabile ridotta:

$$\frac{E}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2}{dz^2} (s^3 w'') + \beta w = p(z)$$

Nel caso di spessore costante si usa definire il coefficiente

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4B}} = \sqrt[4]{\frac{E S}{R^2} \frac{12(1-\nu^2)}{E S^3 \cdot 4}} \approx \frac{1,31}{\sqrt{R S}} \quad \left(\frac{2,93}{\sqrt{R S}} \right)$$

3.1 $\Rightarrow$ $w^{IV} + 4\alpha^4 w = \frac{p(z)}{B}$ - 3.2 -

l'integrale generale delle eq. omogenee risulta

$$w^0(z) = C_1 e^{\alpha z} \sin \alpha z + C_2 e^{\alpha z} \cos \alpha z + C_3 e^{-\alpha z} \sin \alpha z + C_4 e^{-\alpha z} \cos \alpha z \quad 4.1$$

ed è ora ovvio sommare l'integrale part. col. w ed esempio se $p = p_0 z^n$ ($n < 4$)

$$w^P = \frac{p_0 z^n}{4\alpha^2 B} = \left(\frac{\bar{p} R^2}{E S} \right) \quad \text{per } n=0 \text{ (ges)}$$

voluto come se gli anelli fossero staccati

"LUNGI LUNGI"

Per le lastre cilindriche "suff" lunghe è possibile introdurre una notevole semplificazione all'integrale generale dell'omogenea (Eq. 4.1)

Basta osservare che per $z \rightarrow \infty$ i primi 2 termini divergono e pertanto $C_1 = C_2 = 0 \Rightarrow$

$$W^0(z) = C_3 e^{-\alpha z} \sin \alpha z + C_4 e^{-\alpha z} \cos \alpha z \quad 4.2$$

Conviene introdurre la distanza λ , detta distanza o onola di smorzamento

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} \approx 4,83 \sqrt{R/s} = \frac{4,83 R}{\sqrt{R/s}} = 4,83 R$$

Come si vedrà nel seguito una distribuzione di errori applicata in $z=0 \Rightarrow W \approx 0$ per $z \geq \frac{\lambda}{2}$
 È utile la seguente tabella

$\frac{R}{s}$	5	10	20	50	100	200
C	2,16	1,53	1,08	0,683	0,483	0,342

ove si vede che è possibile utilizzare la 4.2 per $z \geq \bar{z}$
 tubi in c.l.s. $R/s \approx 10 \Rightarrow \lambda = 1,53 \quad \bar{z} = 1,5 R$

tubi in acciaio $R/s \approx 100 \Rightarrow \lambda = 0,483 \quad \bar{z} = 0,48 R$

Solo per tubi "molto corti" di lunghezza

$L < \lambda$ è necessario considerare la forma completa dell'integrale generale $W^0(z)$ dello 4.1 con tutte e 4 le costanti $C_1 - C_4$

$\Rightarrow$ per R/s grandi (volte...) effetti di bordo

Come visto l'eq. che descrive la deformazione delle
lastre cilindriche ^(TUBI) risulterà (per spessori s. cost)

$$w^{IV} + d\alpha^4 w = p/B \quad \text{con } d = \sqrt[4]{\frac{p}{4B}} \approx \frac{1,3}{\sqrt{R_s}} = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu)}}{\sqrt{R_s}}$$

Analogia delle travi su suolo elastico alla Winkler"
per tubi suff. lunghi ($l > \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{\alpha}$) la sol. omogenea $\Rightarrow$

$$w^0(x) = C_3 e^{-\alpha x} \sin \alpha x + C_4 e^{-\alpha x} \cos \alpha x$$

e si pone $C_3 = C \cos \psi$, $C_4 = C \sin \psi \Rightarrow \tan \psi = \frac{C_4}{C_3} \Rightarrow$

$$w^0(x) = C e^{-\alpha x} \sin(\alpha x + \psi)$$

$\psi = \text{angolo di fase}$
 $\Rightarrow$ Vedi Fig. 1

$$w^0(x) = -C \alpha e^{-\alpha x} [\sin(\alpha x + \psi) - \cos(\alpha x + \psi)] = \dots$$

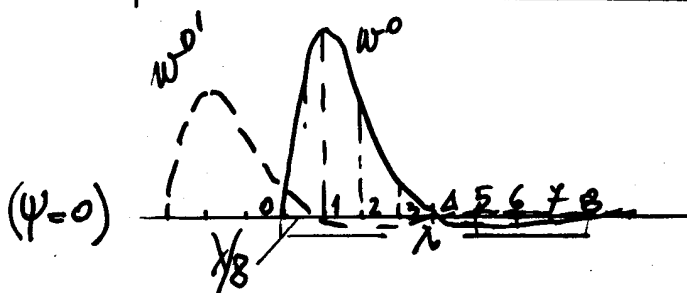
$$= -C \sqrt{2} \alpha e^{-\alpha x} \sin(\alpha x + \psi - \frac{\pi}{4})$$

$$w^0(x) = \dots = 2\alpha^2 C e^{-\alpha x} \sin(\alpha x + \psi - \frac{2\pi}{4})$$

$$w^0(x) = \dots = -2\sqrt{2} \alpha^3 C e^{-\alpha x} \sin(\alpha x + \psi - \frac{3\pi}{4})$$

Si ricordi che $\varphi = -w'$, $M = B w''(x)$, $T = B w'''(x)$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M(x) = \left(\frac{B}{\alpha d^2} \right) C e^{-\alpha x} \sin(\alpha x + \psi - \frac{2\pi}{4}) \\ T(x) = -\sqrt{2} \left(\frac{B}{\alpha d} \right) C e^{-\alpha x} \sin(\alpha x + \psi - \frac{3\pi}{4}) \end{array} \right.$$



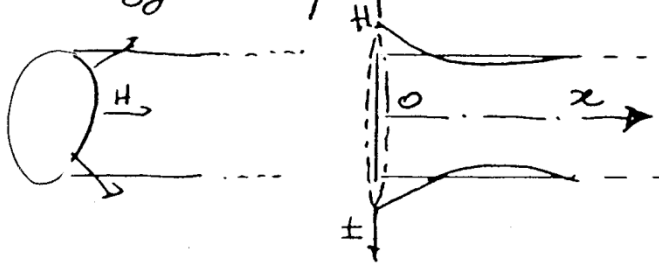
I pti. ove w è max
seguono di $\lambda/8$ quelli in
cui w^0 è nullo.

(e non ci sono il fattore di smorzamento $e^{-\alpha x}$
i maximi subiscono le stesse alterne e seguono anche di $\lambda/4$
i pti di nullo)

CASI NOTEVOLI

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{B}{4R}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{5^2 R^2}} \approx \frac{1.31}{\sqrt{R5}} \approx 261 -$$

Tubo soggetto a forze H distribuite



Cond. al contorno

$$x=0$$

$$\begin{cases} M(0)=0 \\ T(0)=H \end{cases}$$

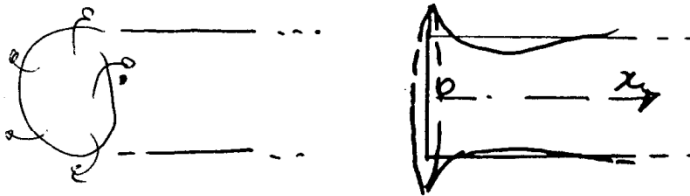
$$\textcircled{1} = \frac{H}{2\alpha^3 B} \quad , \quad \psi = \frac{\pi}{2}$$

$$w(x) = \left(\frac{H}{2\alpha^3 B} \right) e^{-\alpha x} \sin\left(\alpha x + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} w(0) = H \cdot \frac{1}{2\alpha^3 B} = H \cdot \frac{2\alpha}{B} \\ \psi(0) = H \cdot \frac{1}{2\alpha^3 B} \psi_H \end{cases}$$

osservi che per $x=0$ si hanno
def. e tensioni "crescenti"

$$F \varepsilon_{\theta} = F \frac{w(0)}{R} = H \frac{E}{2\alpha^3 B R} \approx 26 \frac{\sqrt{R/5}}{5} \cdot H$$

tubo soggetto a coppie M distribuite



cond. al contorno
per $x=0$

$$\begin{cases} M(0)=M \\ T(0)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = M \frac{\sqrt{2}}{2\alpha^2 B} \\ \psi = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$w(x) = M \frac{\sqrt{2}}{2\alpha^2 B} e^{-\alpha x} \sin\left(\alpha x + \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\begin{cases} w(0) = M \cdot \frac{1}{2\alpha^2 B} = M \frac{2\alpha^2}{B} \\ \psi(0) = M \cdot \frac{1}{2B} = M \frac{4\alpha^3}{B} \end{cases}$$

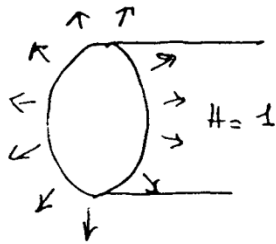
Betti $\Rightarrow$ $w_M = \psi_H$
MAXWELL

al bordo si ha ancora le def. e tensioni max. "crescenti"

METODO COEFFICIENTI ELASTICI o delle FORZE

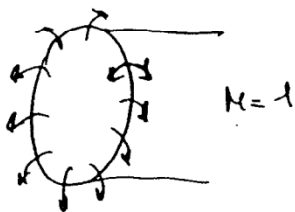
-26-

per $\alpha = 0$



$$w_r = \frac{H}{2\alpha^3 B} e^{-\alpha \cdot 0} \sin(\alpha \cdot 0 + \frac{\pi}{2})$$

$$\varphi_r = \sqrt{2} \frac{H}{2\alpha^2 B} e^{-\alpha \cdot 0} \sin(\alpha \cdot 0 + \frac{\pi}{4})$$



$$w_m = \sqrt{2} \frac{H}{2\alpha^2 B} e^{-\alpha \cdot 0} \sin(\alpha \cdot 0 + \frac{3\pi}{4})$$

$$\varphi_m = \left(\frac{H}{\alpha B} \right) e^{-\alpha \cdot 0} \sin(\alpha \cdot 0 + \frac{\pi}{2})$$

$$w_r = \frac{1}{2\alpha^3 B} = \frac{2\alpha}{B}$$

$$\varphi_r = \frac{1}{2\alpha^2 B} = \frac{2\alpha^2}{B}$$

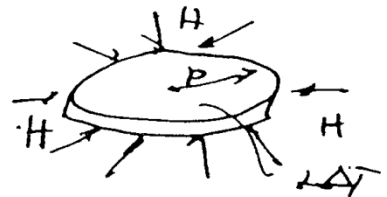
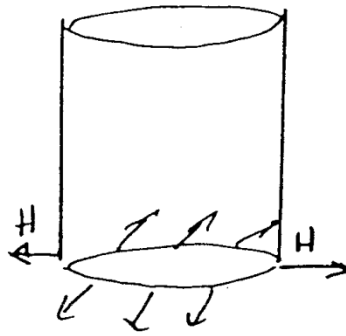
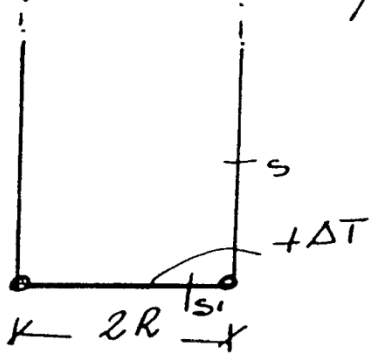
$$w_m = \frac{1}{2\alpha^2 B}$$

$$\varphi_m = \frac{1}{\alpha B} = \frac{4\alpha^3}{B}$$

th. Maxwell

-163-

Un Tubo in c.a. con $R=3\text{ m}$, $s=15\text{ cm}$
 è chiuso alle estremità $x=0$ da una lastra
 piana di spessore s_1 . soggetta ad un
 aumento di temperatura $+\Delta T$



Eq. di congruenza

$$\alpha R \Delta T - \frac{(1-\nu) H R}{E s_1} = H w_R \Rightarrow H = \frac{\alpha R \Delta T}{w_R + \frac{(1-\nu) R}{E s_1}}$$

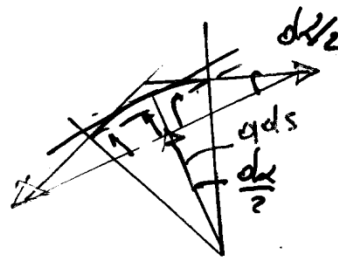
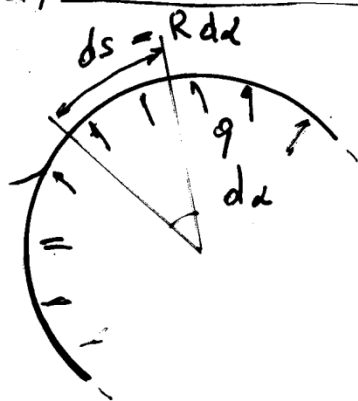
$$\alpha = 1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}, s_1 = 30 \text{ cm}, \nu = 0,1, E = 210 \text{ } \text{GPa}$$

$$w_R \Rightarrow w_R = 0,001174$$

$$H = \frac{0,003}{0,001174 + 0,000045} \Delta T = 2,46 \Delta T$$

(il restringimento della lastra piana
 $\frac{(1-\nu) R}{E s_1} = 0,000045$ si può trascurare)

Spinte e vuoto



$$q ds \approx 2N \frac{d\alpha}{2}$$

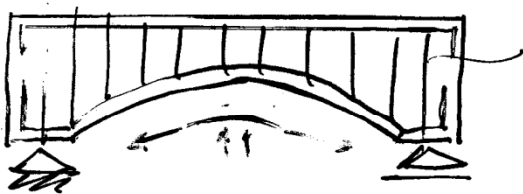
$$\Rightarrow q = \frac{N}{R}$$

(per cambiare la curvatura $\bar{\epsilon}$ necessario applicare q)

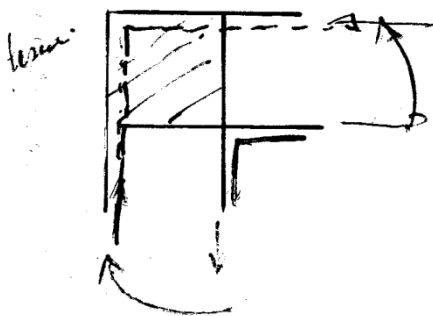
Se nel serbatoio c'è del liquido (o del gas)
 è esso che esercita la pressione necessaria.
 Se invece si ha un $+\Delta T \Rightarrow \Delta R = \alpha \Delta T$
 deve essere compensato da una spinta q ,
 detta "spinta a vuoto"

$\Rightarrow$ "GANCI DI COLLEGAMENTO fra armature interne ed esterne"

Altri esempi



le stiffe devono contrastare il taglio che la spinta a vuoto

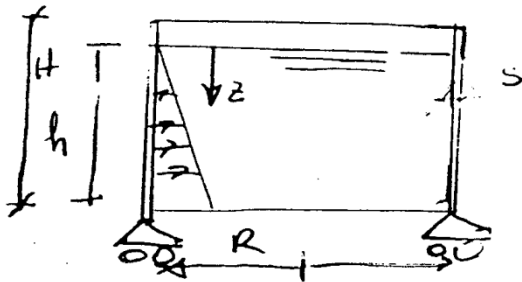


Occorre disporre armatura anche in zone compresse e stiffe

SERBATOI CILINDRICI

(soggetti a def. puramente membranali)

Il cilindro è vincolato alla base con vincoli (cernelli) in grado di rispettare il regime di membrane

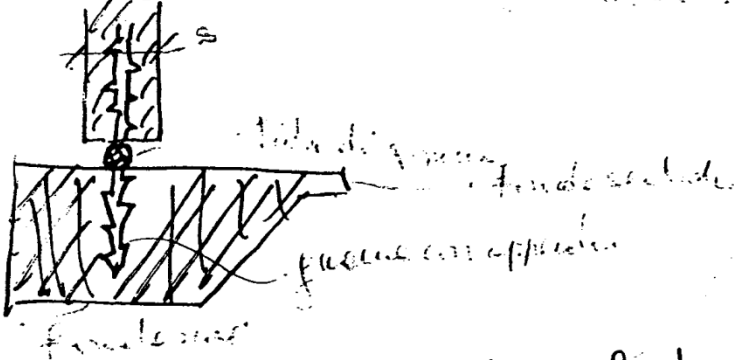


Acciaio $s \approx 4 \div 5 \text{ cm}$

$s \approx \frac{pR}{\sigma_{am}}$ (se sono unistrati)
(mat solidi soli)
 σ_z - str. unistrati

cls $20 \div 30 \text{ cm}$

Particolare costruttivo



Verifica e fermatura

$$\sigma_c = \frac{nq}{A_s} \leq 0,7 f_{ctm}$$

$$\approx 0,7 \cdot 0,58 \sqrt{R'_{bkc}}$$

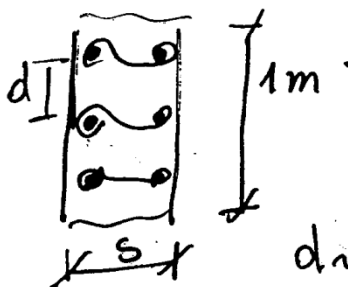
$$f_{ctm} \approx 20-30 \text{ kg/cm}^2$$

$$\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12} R'_{bkc} \right)$$

Armatura perla

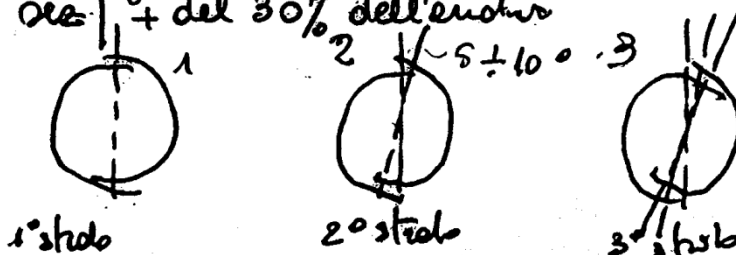
$$A_F = \frac{nq}{\sigma_{am}}$$

in Ferri distribuiti
su esp. lunghe per
 $12 \div 16 \text{ cm}$
(per metri di trasvers.)
max 22 m



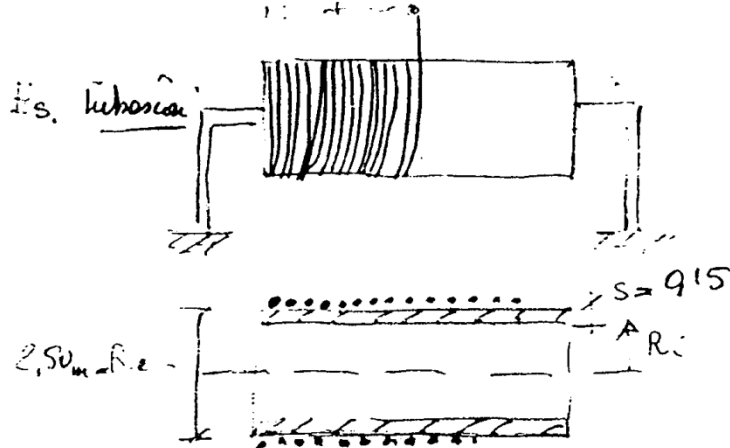
d $\approx 25 \text{ cm}$

Il regolamento vieta di sovrapporre in uno strato + del 30% dell'anchora



SERBATOI PRECOMPRESSI

-271-



Filo $(\phi 4 \div 5)$
compono 2 qualche cm
Pist. anticorrosione

$$N = \sigma_{sp} A_{sp}$$

$$p = \frac{N}{R_e} = \frac{A_{sp} \sigma_{sp}}{R_e}$$

Come sottoporre il Tubo alla pressione esterna p

$$n_p = -p R, \quad \sigma_c = -\frac{p R}{s} \quad \text{. (Tub. sottomarina "wrapping con mat compati")}$$

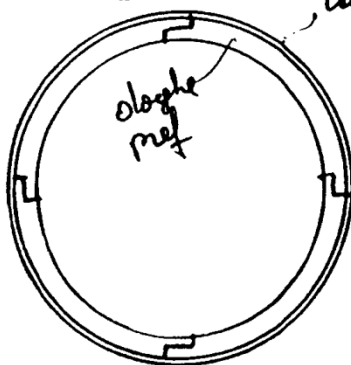
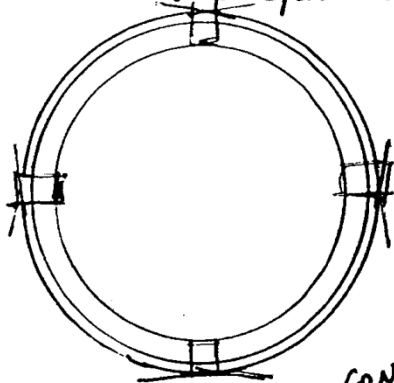
SERBATOI DI GRANDI DIMENSIONI

⇒ Precompressione a CAVI SCORREVOLI

(per limitare le cadute di tensione i cavi)

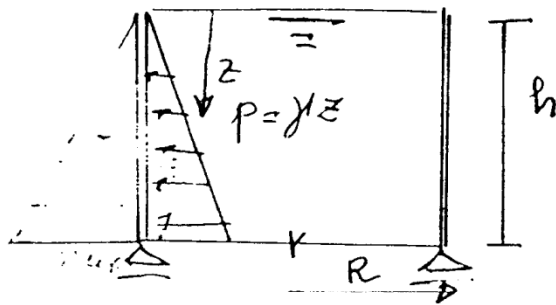
vengono spesso disposti fra una lesena e l'altra

Sulla superficie esterna per evitare
le spinte a vuoto



cavo metallico esterno
teso e poi bloccato (con opp. oinaggi)
resta in vista la guaina

Distribuzione degli sforzi di Precompressione - 242 -



* $\sigma_{max} = \gamma h$

* i cavi non devono essere troppo distanziati per evitare effetti locali

** $\frac{CAVi}{N_c} =$

$$N_c = A_c \sigma_{pc}$$

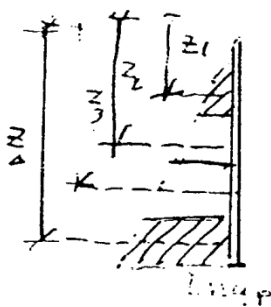
** Scelta numero n cavi

$$n \gamma_p(h) > \gamma h R$$

$$\Rightarrow \frac{n \gamma_p h}{2} = n N_c > \frac{\gamma h^2 R}{2}$$

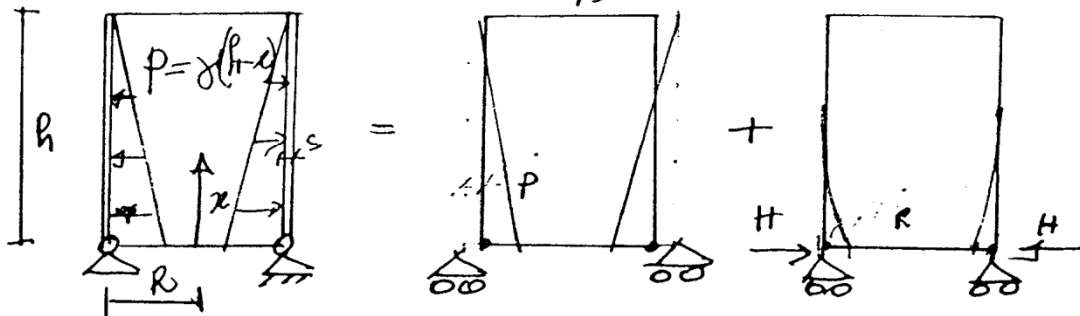
$$n \geq \frac{\gamma h^2 R}{2 A_c \sigma_{pc}}$$

** Si divide il triangolo triangolare in aree =, in modo che la risultante di tali aree coincida con lo sforzo N_c nel cavo e si posizione il cavo nel baricentro dell'area.



SERBATOI CILINDRICI AD ASSE VERTICALE²⁸⁻
 DI ALTEZZA CONSIDEREBILE $h > \lambda \approx 4,83 \sqrt{R_s}$

SERBATOI "INCERNIERATI AL PIEDE"
 (oppure il fondo è costituito da una lastre
 piana molto flessibile che impedisce lo spostamento
 w ma non la rotazione φ)



Eq. di congruenza $w_p + H w_h = 0$ ($w_h = \frac{2d}{\beta}$)

Condizioni al bordo $\begin{cases} H=0 \\ H = -\frac{w_p}{w_h} \end{cases}$ (dalla eq. di congruenza)

$$w_p = \epsilon_\theta R = \frac{\sigma_\theta}{E} \cdot R = \frac{p R^2}{E s} = \frac{p}{\beta} = \frac{\gamma h}{\beta}, \quad \alpha_h = \frac{2d}{\beta}$$

$$\Rightarrow \boxed{H = \frac{p}{2d} = \frac{\gamma h}{2d}}$$

momento $n_\theta = \sigma_\theta \cdot s = p R = \gamma h R$
 (Maxwell)

$$H = \frac{n_\theta}{2d R}$$

Il momento massimo α ha per $\boxed{\alpha = \frac{\lambda}{8}}$

$$M_{\max} = M(\alpha = \frac{\lambda}{8}) = -\frac{H}{3d} = -\frac{n_\theta}{6d^2 R} \approx \boxed{0,1 \gamma h R \cdot s}$$

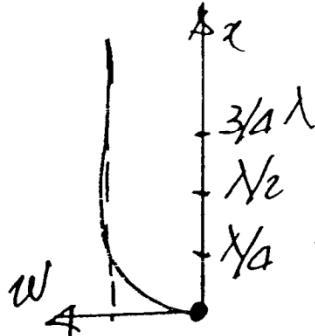
n.b. va anzitutto con armature verticali e m.c.d



-281-

Lo spostamento w è dato (sovrapposizione degli effetti) da quello dovuto al carico (sponticolare) e da quello dovuto alla reazione ipostatica H

$$w = \frac{\gamma R^2 (h-x)}{Es} + e^{-\alpha x} \left(\sin \alpha x + \frac{\pi}{2} \right)$$



L'ondamento degli sforzi normali lungo i paralleli (di curvatura) è proporzionale a w

$$w = E \cdot R = \left(\frac{\sigma_0 - \sigma_x}{E} \right) \cdot R \approx \frac{\sigma_0}{E} R = \eta_0 \frac{R}{Es}$$

CONFRONTO FRA LE TENSIONI MASSIME FLESSIONALI E MEMBRANALI

$$\frac{\sigma_0^M}{\sigma_0^N} = \frac{M_{MAX}}{N} \approx \frac{0,1 \eta_0 s}{\frac{1 \cdot s^2}{6}} = 0,6 \frac{\eta_0}{s} = 0,6 \sigma_0^N$$

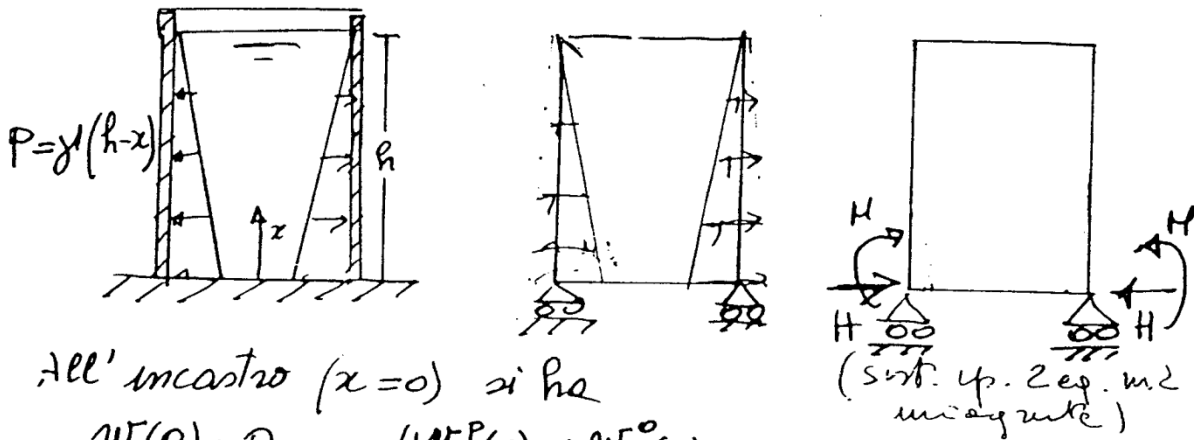
questo rapporto

$$\boxed{\frac{\sigma_0^M}{\sigma_0^N} = 0,6}$$

non dipende da $R, s, e p$

SERBATOI INCASTRATI AL PIEDE

- 29 -



All'incastro ($x=0$) si ha

$$\begin{aligned} w(0) &= 0 \\ w'(0) &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} w^p(0) + w^o(0) = 0 \\ w^p(0) + w^o'(0) = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Poiché $w^p(x) = \frac{\gamma R^2}{Es} (h-x)$ e $w^o(x) = e^{-\alpha x} (C_3 \sin \alpha x + C_4 \cos \alpha x)$

il sistema 1 consente di determinare le 2 costanti.

$$C_3 = -\gamma \frac{dh-1}{\alpha p}, \quad C_4 = \gamma \frac{h}{R}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M(0) = +Bw''(0) = \gamma \frac{dh-1}{2\alpha^3} \approx \boxed{\frac{\gamma h}{2\alpha^2}} \\ H = T(0) = Bw'''(0) = \gamma \frac{2\alpha h-1}{2\alpha^2} \approx \boxed{\frac{\gamma h}{\alpha}} \end{cases}$$

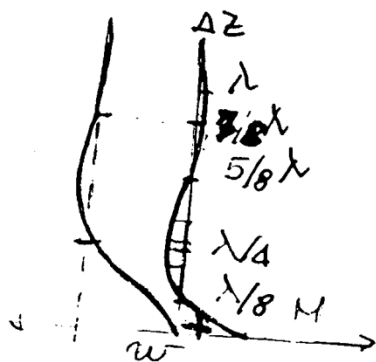
essendo $n_0 = \sigma_{\theta} s = pR = \gamma h R$ (Harotte) (poiché $\alpha h \gg 1$)

$$H = \frac{n_0}{\alpha R}$$

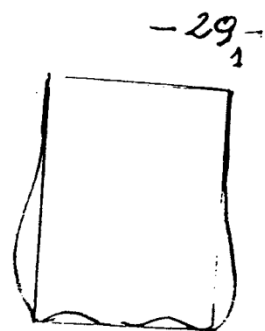
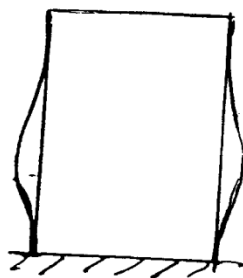
$$M(0) = \frac{H}{2\alpha} = \frac{n_0}{2\alpha^2 R} \quad m. d. \approx \frac{1,31}{\sqrt{R s}} \quad M(0) \approx 0,3 \gamma h s \approx \frac{n_0 s}{R}$$

Poiché $\sigma_{M_{mx}} \approx \frac{M_0}{W} \approx \frac{M_0}{6s^2} < \sigma_N = \sigma_{\theta} = \frac{pR}{s}$

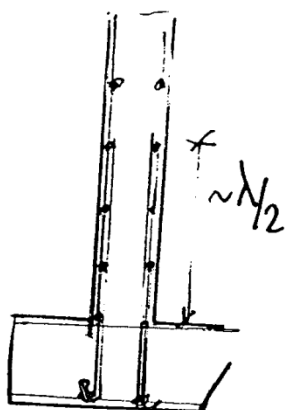
$$\Rightarrow \frac{\sigma_M}{\sigma_N} \approx 1,8 \quad \text{le tensioni flessionali (longitudinali) sono circa il doppio di quelle radiali (e il rapporto non dipende da R, s e p)}$$



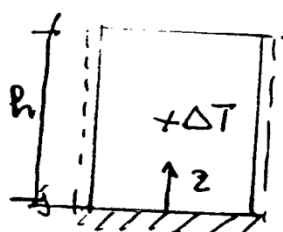
$\sim h/3$



EV. DISTACCO
in serbatoi
metallici.



Condizioni termiche (Le azioni termiche sono carichi)



$$w_o^T = \alpha \Delta T R = 2 H_o d$$

$$\Rightarrow H_o = \frac{B}{d} \alpha \Delta T R \Rightarrow H_o \approx 0,3 E \alpha \Delta T s^2$$

serbatoio $R=10m$, $s=20cm$, $h=4m$
($A_s = 25cm^2/m$, $E_c = 200'000 kg/cm^2$)

$$\eta_{\varphi_0} = \mu h R = 40t/m \Rightarrow \sigma_{\varphi} = 20 kg/cm^2$$

$$w_o = \frac{\sigma}{E} \cdot R \approx 0,0001 \approx 1mm$$

per $\Delta T = 10^\circ C$

$$w^T = \alpha \Delta T R \approx 1mm$$

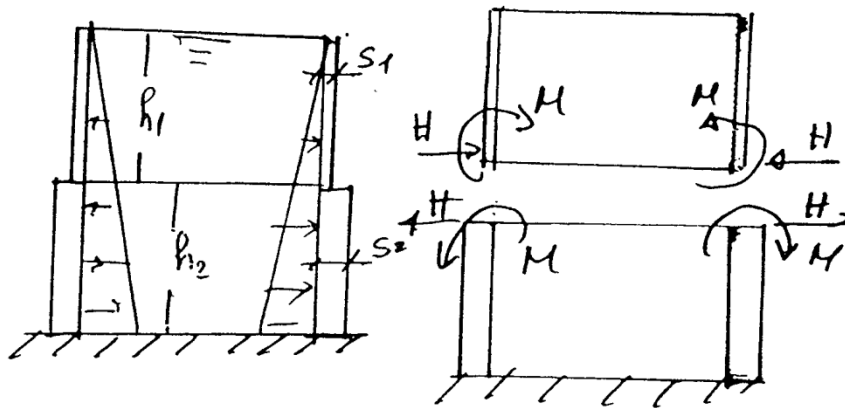
Fessurazione

$$\alpha \Delta T = 30^\circ C \quad w^T = 3 w_o$$

$$\alpha \Delta T = 30^\circ C \quad R = 20m \quad w^T = 10^{-5} \times 200'000 \times 30 = 0,6cm$$

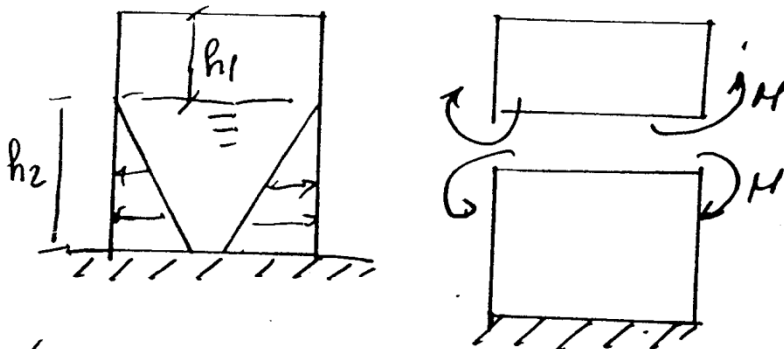
$$2 \pi \Delta R \approx 4cm$$

SERBATOIO CON 2 spessori d'oliviera
(ciascuna delle due parti sia tale che $h_1 > \lambda$, $h_2 > \lambda$) - 292 -



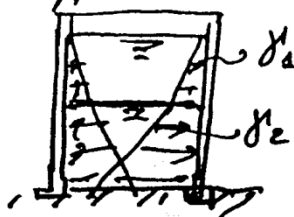
H ed M determinate dalle eq. di Congruenza
 $\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_2 \\ w_1 = w_2 \end{cases}$ scritte mediante i coeff. elastici.

SERBATOIO RIEMPIUTO PARZIALMENTE



(le 2 parti si trasmettono solo M , eq. di congruenza
 $\varphi_1 = \varphi_2$. $H = 0$ poiché $w_1 = w_2$ delle 2
 colonne ott. app. M .)

L'effetto indotto da M è molto modesto

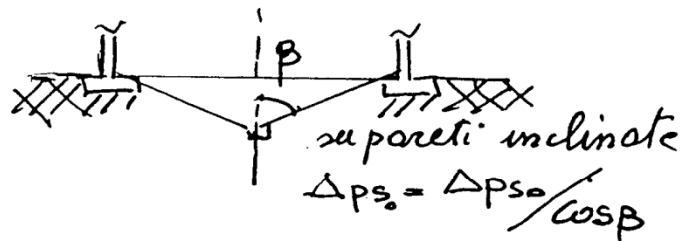
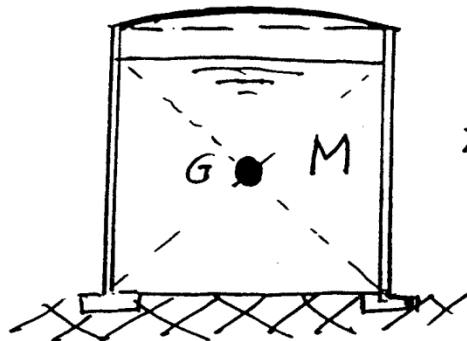


Serbatoio riempito con
due liquidi d'oliviera

PARTE 4: SILOS, SERBATOI E TUBAZIONI
EN 1998-4 Gennaio 2006

- SILOS

SILOS Appoggiati direttamente al suolo



In questo caso è importante valutare le tensioni indotte nelle pareti dalla moto del materiale contenuto nel silo. Si considera una massa effettiva M pari all'80% di quella totale.

In mancanza di una analisi agli e.f. del materiale granulare (occorrono programmi specifici) si può concentrare la massa effettiva M nel baricentro comunque rigidamente con la struttura.

$d(z)$ diviene il rapporto fra l'accelerazione a_G del baricentro calcolata con uno schema modale e l'accelerazione di gravità.

$$d = \frac{a_G}{g}$$

Nell'Eurocodice vengono definite le sovrappressioni in funzione di d e dei parametri geometrici del silo

$$\Delta p_{h,s} = \Delta p_{h,s0} \cdot \cos \theta \quad \text{se il silo è cilindrico a pareti verticali}$$

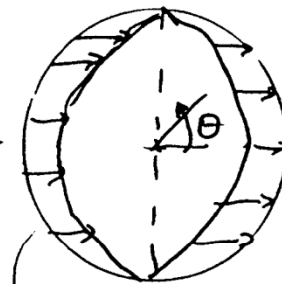
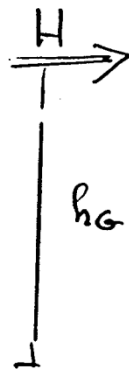
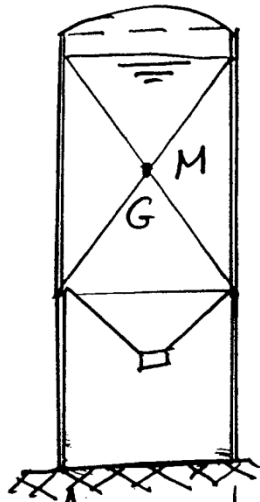
$$\Delta p_{h,s} = \pm \Delta p_{h,s0} \quad \text{su pareti verticali ortogonali alla direzione del vento}$$

ove

$$\Delta p_{h,50} = d \gamma D \quad \text{parametro geometrico}$$

- 321 -

Silos in "elevarzione"



$$\Delta p_s = \Delta p_{s0} \cos \theta$$

Comunque
 $p = p_0 + \Delta p_s > 0$ diretto verso
 la parete

In questo caso la cosa più importante è la verifica
 dello struttino di supporto a "gonna" o ai
 pilastri.

Comunque occorre fare attenzione per i silos metallici:

- 1) - Verifica al ribaltamento
- 2) - "Up lift" ed eventuali sostegni
 sulle fondazioni
- 3) - Instabilità delle pareti e Taglio o per
 compressione verticale con tensioni trasversali.
 (instabilità a "pieole di Elefante")

per i silos in c.a. e c.a.p.

- 1) - Verifica agli S.L. per flessione con N di compressione
- 2) - " " " S.L. per Taglio ...

VERIFICA DEGLI ANCORAGGI

SERBATOI IN ZONA SISMICA

- 33 -

- Allegato A (di tipo informativo)

• Analisi elastica - (di norma $q=1$)

L'annesso A fornisce i metodi per l'analisi sismica di serbatoi soggetti ad azioni orizzontali e/o verticali

a) di forma cilindrica a pianta circolare o rettangolare

b) con fondazioni rigide o flessibili

c) con ancoraggio parziale o completo alla fondazione.

Le analisi proposte tengono conto del fatto che il fluido non è, ovviamente, vincolato a seguire il moto delle pareti ed è presente lo "SLOSHING" o moto convettivo del fluido che consente di ridurre notevolmente gli effetti del sisma.

Nelle applicazioni di interesse tecnico il fluido può essere considerato:

- NON VISCOSO

- INCOMPRESSIBILE

con - un moto IRROTAZIONALE

Sotto queste ipotesi il moto del fluido viene descritto mediante una funzione scalare Φ detta potenziale di velocità t.c.:

$$\underline{v}(x,t) = \underline{u}(x,t) = \text{grad } \Phi(x,t)$$

Poiché il moto del fluido è irrotazionale (ricordi l'analogo Idrodinamica o di Greenhill)

$$\text{div grad } \Phi(x,t) = \nabla^2 \Phi = 0 \text{ in } \Omega \text{ (Eq. di Laplace)}$$

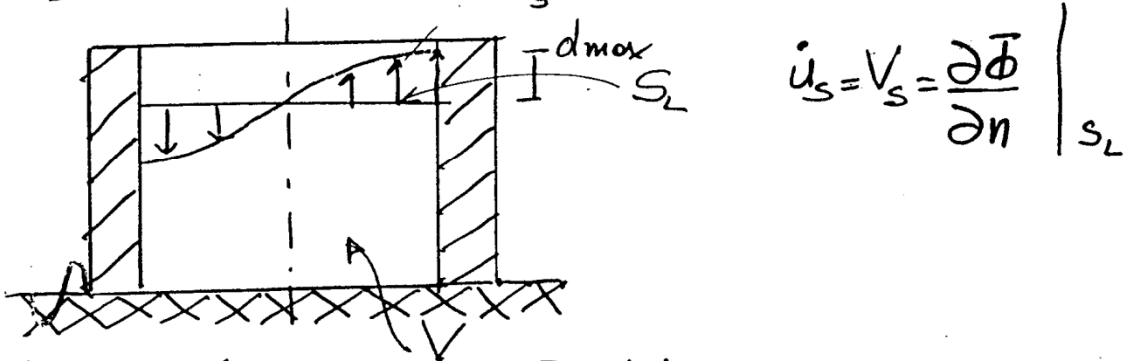
Se sul contorno è nota (o assegnata) la componente normale della velocità si scrive

$$\underline{u}_n = \underline{n} \cdot \underline{u}(x,t) = \underline{n} \cdot \underline{v}(x,t) = \frac{\partial \Phi}{\partial n}(x,t) \quad \text{su } \partial \Omega$$

$$\text{e.g. se le pareti sono rigide } \underline{u}_n = \underline{v}_n = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$$

'SLOSHING' 1-33

Al fine di considerare il solo moto convettivo
si consideri un serbatoio con pareti rigide ed
ancorato al suolo u_s (pto x_2 dell'ammasso)



$$\dot{u}_s = V_s = \frac{\partial \Phi}{\partial n} \Big|_{S_L}$$

Teorema di conservazione En. Totale

$$E_{TOT} = E_{CINETICA} + E_{POTENZIALE} = Cost = 0$$

$$E_c = \int_V \frac{1}{2} \rho \dot{u}^2 dV = \int_V \frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi|^2 dV$$

$$E_{pot} = \int_S \frac{1}{2} \rho g u_s^2 dS$$

Nell'ipotesi di moto periodico si ponga
 $\underline{u} = u_0(x) e^{i\omega t} \Rightarrow \underline{v} = \underline{\dot{u}} = i\omega u_0(x) e^{i\omega t}$
 $= i\omega \nabla \Phi_0(x) e^{i\omega t}$

Sostituendo nel T. di conservazione dell'Energia
si perviene ad una equazione differenziale
omogenea. ω_n rappresenta l'autovalore e
 $\Phi_{0n}(u_0)$ l'autovettore.



Per serbatoi circolari ad asse verticale, vincolati rig al suolo il moto del fluido può essere espresso come somma di 2 contributi

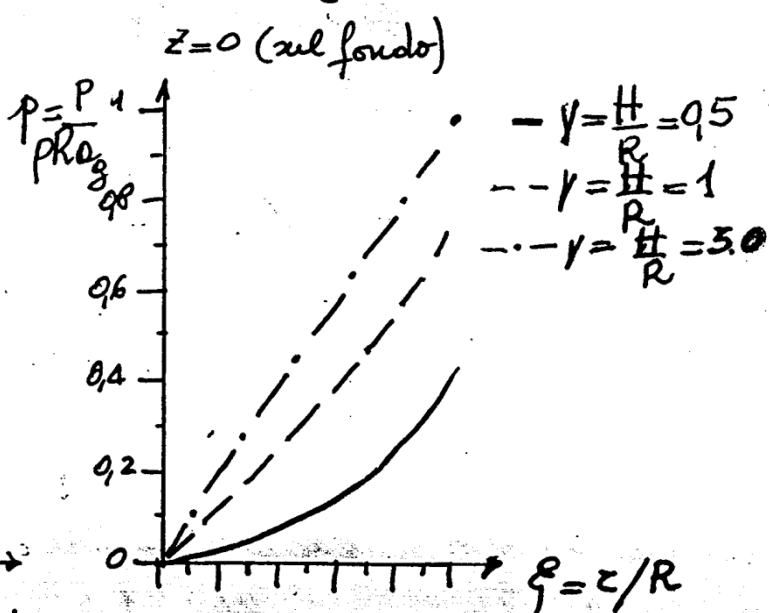
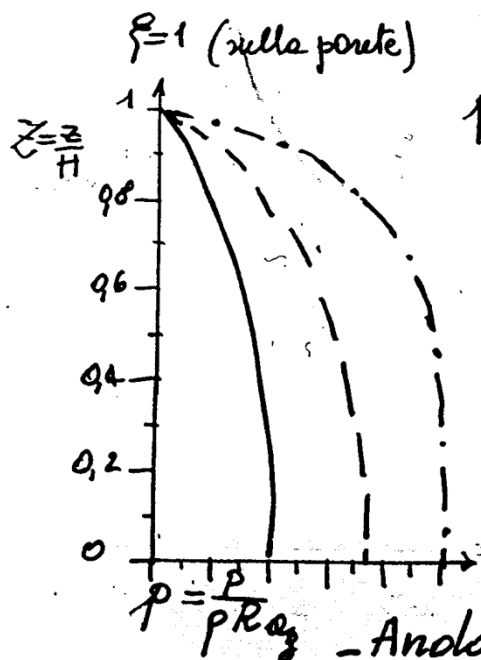
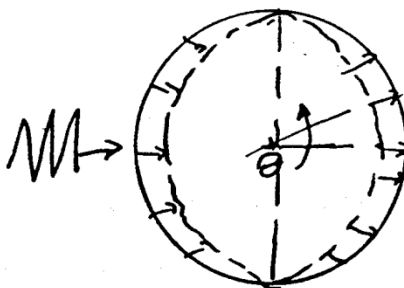
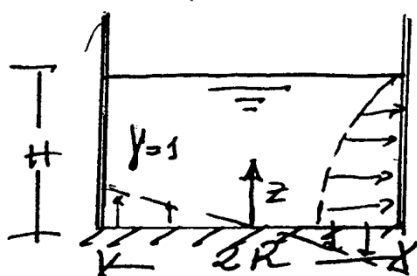
- i - RIGIDO IMPULSIVO

- ii - CONVETTIVO

i - soddisfa esattamente le condizioni al contorno sulla parete del serbatoio e sul fondo ($\dot{u}_n^f = \dot{u}_n^{tont} \Rightarrow \Delta \dot{u}_n = 0$) ovvero rappresenta il moto del fluido in un serbatoio pieno ed in pressione (o ∞ mente alto)

ii - Descrive, come descritto, il formarsi delle onde di superficie - i - PRESSIONI IMPULSIVE

La soluzione è ottenuta per serie in coordinate cilindriche utilizzando funzioni di Bessel. ed è del tipo $p = C_i(z, \xi) p_H \cos \theta$



- Andamento delle pressioni impulsive

Il taglio alla base "impulsivo" vale

- 341 -

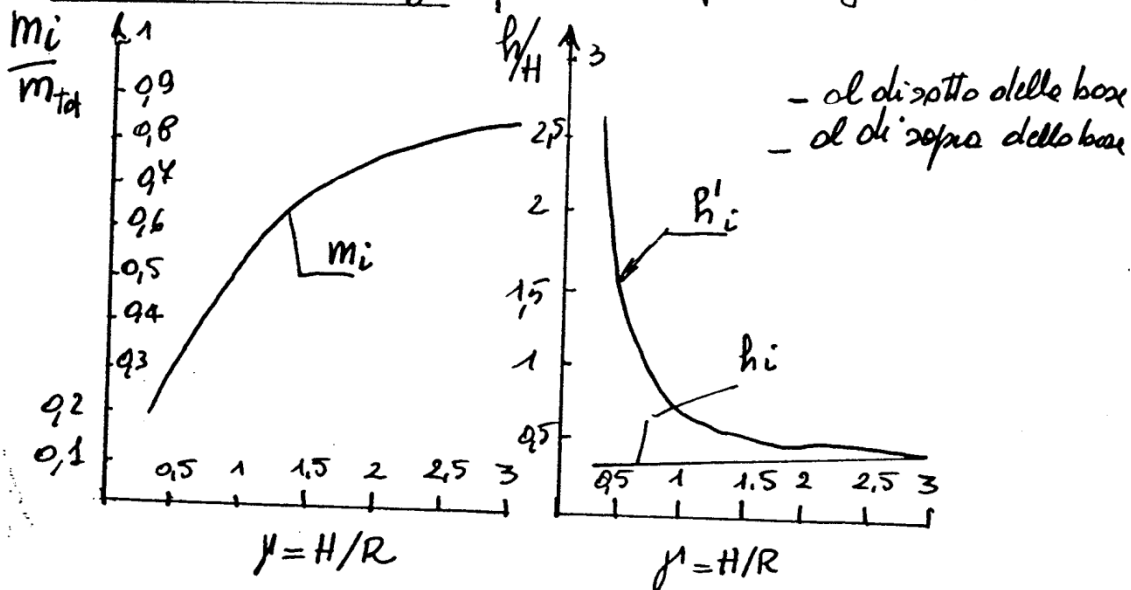
$$Q(t) = m_i \cdot a_g(t) \quad \text{marea totale}$$

$$m_i = C_i(\mu, \alpha) \cdot \rho \pi R^2 H \quad \text{"marea impulsiva"}$$

Il Momento alla base è dato da

$$M_i(t) = m_i h_i' a_g(t) \quad (\text{al di sotto del fondo})$$

$$M_i(t) = m_i h_i a_g(t) \quad (\text{al di sopra del fondo})$$



il) - PRESSIONI CONVETTIVE

L'Annex A riporta la soluzione mediante serie di f. di Bessel anche delle parte convettiva

La frequenza circolare del modo n vale

$$\omega_{cn} = \sqrt{g \frac{\lambda_n}{R} \tanh(\lambda_n \mu)} \quad \text{con } \lambda_1 = 1.841, \lambda_2 = 5.32, \lambda_3 = 8.536 \dots$$

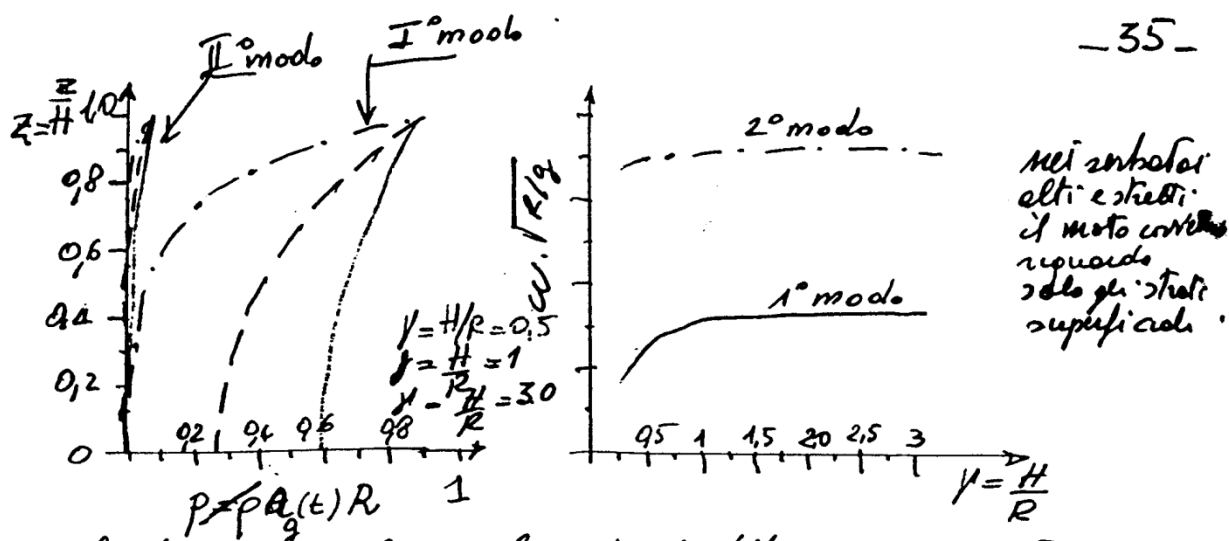
per $\mu \geq \frac{H}{R} \geq 1$, ω non dipende da μ e si ha

$$\omega_{c1} = \frac{4.2}{\sqrt{R}} \quad \Rightarrow \quad T \text{ per i sismoti normali vale circa secondi.}$$

(R in m)

per $R = 4 \text{ m}$ $\omega_{c1} = 2.1 \Rightarrow T_1 \approx 3.3 \text{ sec}$

$R = 9 \text{ m}$ $\omega_{c1} = 1.4 \Rightarrow T_1 \approx 4.5 \text{ sec}$



la distribuzione lungo le verticali delle pressioni convettive sulle pareti, riportate in figura, mostra come risulta significativo solo il I° modo

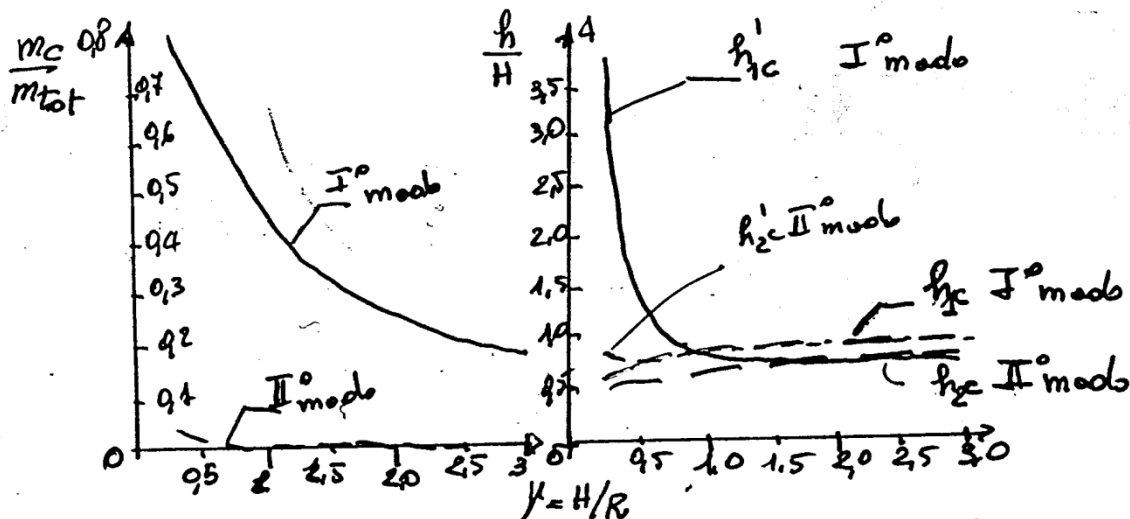
Il taglio convettivo alla base vale

$$Q_{10}(t) = m_{c1} \cdot A_{c1}$$

ed il momento, immediatamente sotto la fondazione è espresso da

$$M_c = Q_{1c} \cdot h'_{c1}$$

(ancora una volta il I° modo è dominante)



mentre il momento al piede allo spiccato della fondazione vale $M_c = Q_{1c} \cdot h_{1c}$

Altezza dell'onda convettiva (o di sloshing)

-551-

$$d_{max} = 0,84 R \cdot S_e (T_{c1}) / g \Rightarrow \text{franco del serbatoio}$$

ove S_e è lo spettro elastico in corrispondenza dell'periodo convettivo.

d_{max} serve a dimensionare il livello massimo del serbatoio consentito, al fine di evitare tracimazioni.

- Se esiste un "coprchio" ^{una} ed d_{max} deve essere dimensionato in modo opportuno così come i "coprchi" flottanti o galleggianti.

• Combinazione degli effetti convettivi ed impulsivi

Poiché i periodi di eccitazione delle mense impulsive (+ la struttura) e di quelle convettive sono molto diverse la solita regola di combinazione basata "sulla radice quadrata della somma dei quadrati" può risultare non conservativa.

$$EC8 \Rightarrow \sqrt{|Q_{Lmax}| + |Q_{Cmax}|} \text{ etc (Norm convettive)}$$

• Per la verifica a ribaltamento M_c al di sotto della fondazione

Come per i silos per serbatoi metallici sono da verificare:

- Instabilità elastica
- Up lifting
- Instabilità elasto-plastica (o "piede di elefante")

L'Annexo A dà indicazioni anche

- Serbatoi con pareti deformabili.
- Serbatoi rettangolari
- Interazione suolo-struttura $\rightarrow$ (aumentare T_{c1})

Annexo A.3

Serbatoi cilindrici con pareti deformabili

Le premisi che il fluido esercita sulle pareti durante il sistema sono come 3 contributi:

i "rigid impulse"

ii "sloshing"

iii flexible

Per via delle notevoli differenze dei periodi

l'accoppiamento dinamico fra sloshing e la parte deformabile è trascurabile.

Le premisi "flexibili" hanno la seguente forma

$$\phi(r, \theta) = f(r) \cos \theta$$

ove $f(r = \frac{r}{H})$ è funzione lineare

Procedura semplificata A.3.2.2

Il sistema serbatoio + liquido può essere modellato come un sistema a 2 d.o.f. uno corrispondente alle componenti impulsive (il fluido si muove insieme alle pareti) e una corrispondente sloshing

Periodi propri

$$T_{imp} = \frac{C_1 \sqrt{\rho} H}{\sqrt{S/R} \sqrt{E}}$$

C_1, C_2, T_{AB}, A_2
 $f(H/R), \rho$ densità del fluido.
 (visto in precedenza)

$$T_{slosh} = C_2 \sqrt{R}$$

Le T_{AB}, A_2 è riportate a pag 56 delle norme

Risposta sismica

Toglie allo base

$$Q = (m_i + m_w + m_z) S_e(T_{imp}) + m_c S_e(T_{con})$$

m_i e m_c rispettivamente massa impubita e con/strut
vite, m_w massa dello parete, m_z massa del copricela

Momento ribaltante

i) (mm sopra la base) → totale

$$M = (m_i h_i + m_w h_w + m_z h_z) S_e(T_i) + m_c h_c S_e(T_c)$$

ii) mm sotto la base

$$M' = (m_i h'_i + m_w h'_w + m_z h'_z) S_e(T_i) + m_c h'_c S_e(T_c)$$

Sovrapresioni vert: al. (A 40)

L'ottenere dell'onda convettiva è la ritenere def. in paradigma

Sono esportati i risultati anche per

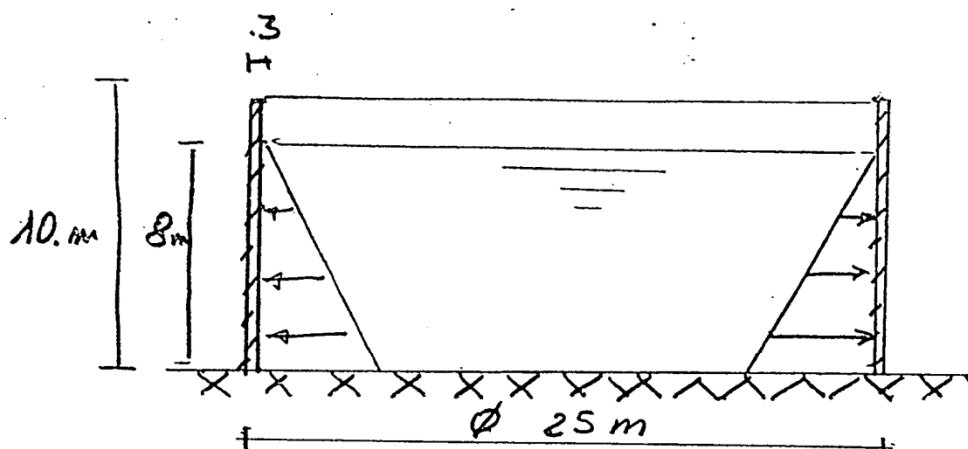
A - "sebotai e piante rettangolari)

B "sebotai cilindrici ornamentali

C "sebotai"

SERBATOIO IN C.A. IN ZONA SISMICA

35_{us}



$$E = 250'000 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

$$V = 0.15$$

ANALISI STATICA

z (m.)	N _φ (t./m.)	My (tm./m.)
7.20	9.80	0.01
6.40	20.00	0.05
5.60	30.80	0.08
4.80	42.50	0.06
4.00	54.20	-0.24
3.20	63.80	-0.83
2.40	67.00	-1.50
1.60	52.50	-1.80
0.80	22.50	0.15
0.00	0.00	7.47

Tabella I - Analisi statica del serbatoio (*)

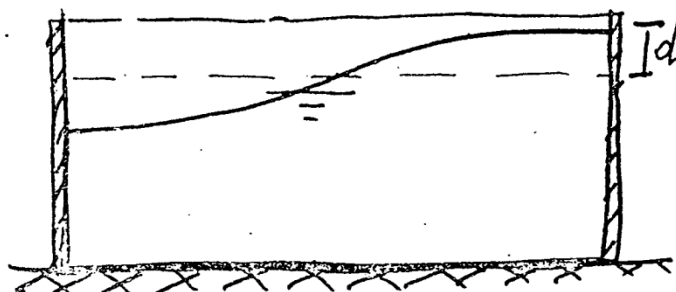
N_φ = sforzo normale circonferenziale

My = momento specifico con asse u-
scente dal piano del foglio

Inoltre il taglio massimo alla base risulta:

$$T_{\text{max}} = 11. \text{ (t./m.)}$$

Moto del fluido



periodo di
sloshing

$$T_{MAX} = 5.75 \text{ sec}$$

$$M_{ASSA IN MOTO} = .592 M_f$$

$$d_{max} = 0.31 \text{ m}$$

I° MODO DI VIBRARE DI TIPO CONVETTIVO
(SLOSHING)

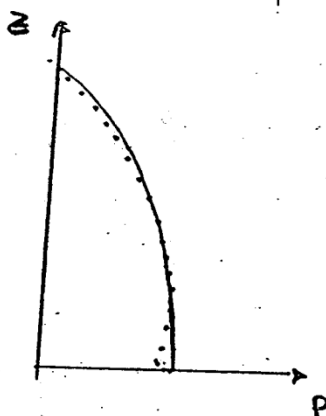
$$M_{p_{MAX}} = 1036 \text{ tm}$$

$$M = 1725 \text{ tm}$$

Ribaltona

con questo
recupero le
forze di
trascinamento
(pale o
travali d'ancora)

$$\text{TAGLIO (ALLA BASE)} = 273 \text{ t}$$



- pressioni dinamiche
- con parete deformabile
- parete rigida (Housner)

TERREMOTO DI EL CENTRO

$$N_{V_{MAX}} = \pm 30.4 \text{ t/m}$$

$$N_{\phi} = \pm 45.7 \text{ t/m}$$

$$T_{\phi V} = \pm 76.6 \text{ t/m}$$

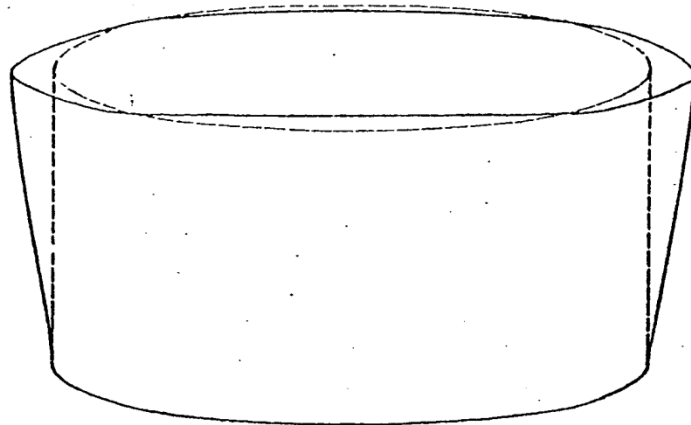
$$M_y = \pm .45 \text{ em/m}$$

SOLLECITAZIONI

MAX. AL PIEDE

ANALISI MODALE DEL SERBATOIO "IN VACUO"

- 24 e. f. ad anello -

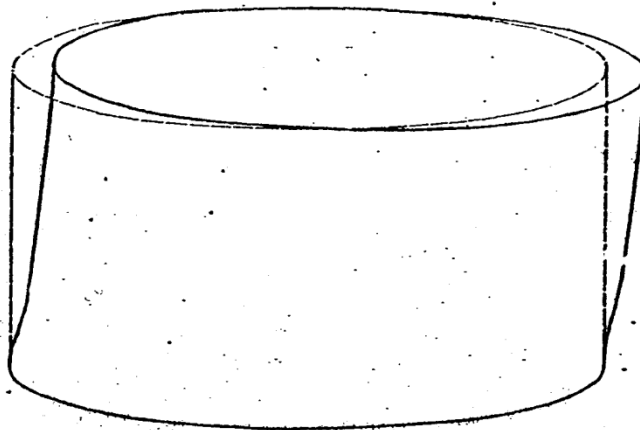


Primo modo

$$T_{MAX} = 0,203 \text{ sec}$$

(cos 2θ mode)

oscillazione

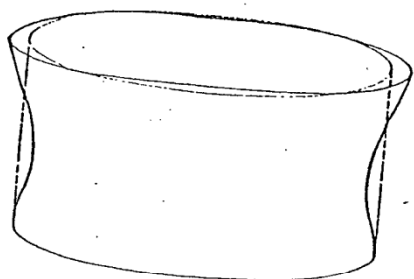


Secondo modo

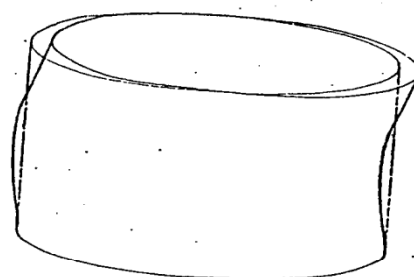
$$T = 0,126 \text{ sec}$$

(cos θ mode)

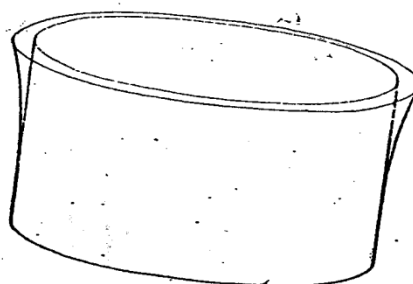
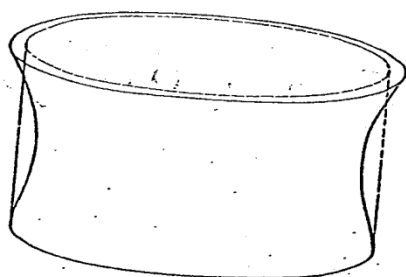
→ minore in
presenza di
fluido



3° modo
 $T = .092 \text{ sec}$

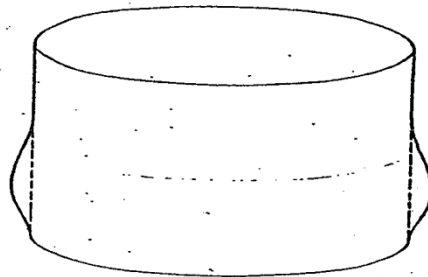


4° modo
 $T = .079 \text{ sec}$

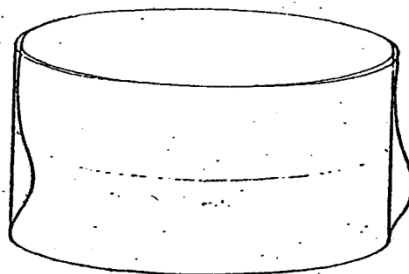


5° e 6°. Modi ASSIALSIMMETRICI.

DEFORMATE DEL SERBATOIO
RIEMPIMENTO PARZIALE



PRESSIONE STATICA



PRESSIONE DINAMICA