PROPAGAZIONE DELLE INCERTEZZE

NESSUNA INFORMAZIONE SULLE INCERTEZZE DELLE VARIABILI

Incertezza nelle somme e nelle differenze, caso generale "prudente"

Se parecchie grandezze $x,\dots,w$ sono misurate con incertezze $\delta x, \dots, \delta w$, ed i valori sono utilizzati per calcolare

$$q = x + \dots + z - (u + \dots + w)$$

allora l'incertezza nel valore calcolato di q è la somma di tutte le incertezze originali

$$\delta q \approx \delta x + \dots + \delta z + \delta u + \dots + \delta w$$

Incertezza nei prodotti e nei quozienti, caso generale "prudente"

Se parecchie grandezze $x,\dots,w$, sono misurate con incertezze piccole $\delta x,\dots,\delta w$ ed i valori sono utilizzati per calcolare

$$q = \frac{x \times \dots \times z}{u \times \dots \times w}$$

allora l'incertezza relativa nel valore calcolato di q è

$$\frac{\delta q}{|q|} \approx \frac{\delta x}{|x|} + \dots + \frac{\delta z}{|z|} + \frac{\delta u}{|u|} + \dots + \frac{\delta w}{|w|}$$

Incertezza nel prodotto di una grandezza misurata per un numero esatto o una grandezza attesa

Se la grandezza x è misurata con incertezza δx ed è utilizzata per calcolare il prodotto

$$q = Bx$$

dove B non ha incertezza, allora l'incertezza in $|q|$ è proprio $|B|$ volte quella in x

$$\delta q = |B|\delta x$$

Incertezza in una potenza

Se la grandezza x è misurata con incertezza δx, ed il valore misurato è utilizzato per calcolare la potenza

$$q = x^n$$

allora l'incertezza relativa in q è n volte quella in x,

$$\frac{\delta q}{|q|} = |n| \frac{\delta x}{|x|}$$

continua

Incertezza in una qualunque funzione di una variabile

Se è misurato con una incertezza δx ed è utilizzato per calcolare la funzione $q(x)$, allora l'incertezza δq è

$$\delta q = \left| \frac{dq}{dx} \right| \delta x$$

Incertezza in una funzione di più variabili

Supponiamo che $x,\ldots,z$ siano misurate con incertezze $\delta x,\ldots,\delta z$, ed i valori misurati utilizzati per calcolare la funzione $q(x,\ldots,z)$

$$\delta q \approx \left| \frac{\partial q}{\partial x} \right| \delta x + \ldots + \left| \frac{\partial q}{\partial z} \right| \delta z$$

VARIABILI INDIPENDENTI

Incertezza nelle somme e nelle differenze, caso generale

Se parecchie grandezze $x,\ldots,w$ sono misurate con incertezze $\delta x, \ldots, \delta w$, ed i valori sono utilizzati per calcolare

$$q = x + \ldots + z - (u + \ldots + w)$$

allora l'incertezza nel valore calcolato di q è

$$\delta q \approx \sqrt{(\delta x)^2 + \ldots + (\delta z)^2 + (\delta u)^2 + \ldots + (\delta w)^2}$$

Incertezza nei prodotti e nei quozienti, caso generale

Se parecchie grandezze $x,\ldots,w$, sono misurate con incertezze piccole $\delta x,\ldots,\delta w$ ed i valori sono utilizzati per calcolare

$$q = \frac{x \times \ldots \times z}{u \times \ldots \times w}$$

allora l'incertezza relativa nel valore calcolato di q è

$$\frac{\delta q}{|q|} \approx \sqrt{\left(\frac{\delta x}{|x|}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\delta z}{|z|}\right)^2 + \left(\frac{\delta u}{|u|}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\delta w}{|w|}\right)^2}$$

Incertezza in una funzione di più variabili

Supponiamo che $x,\ldots,z$ siano misurate con incertezze $\delta x,\ldots,\delta z$ indipendenti e casuali ed i valori misurati utilizzati per calcolare la funzione $q(x,\ldots,z)$, allora l'incertezza in q è

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x}\delta x\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial q}{\partial z}\delta z\right)^2}$$

GRANDEZZE STATISTICHE

	Distribuzione discreta {n_i}	**Distribuzione continua *f(x)***
Media	**Sulla popolazione** $E(X)=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_N}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{M}x_i n_i}{\sum_{i=1}^{M}n_i}$ $M \leq N$ **Sul campione** $\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_N}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{M}x_i n_i}{\sum_{i=1}^{M}n_i}$	$E(X)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx}$
Varianza	**Sulla popolazione** $Var(X)=E(X-E(X))^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-E(X))^2=\frac{\sum_{i=1}^{M}(x_i-E(X))^2 n_i}{\sum_{i=1}^{M}n_i}$ **Sul campione** $s^2=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2$	$Var(X)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}(x-E(X))^2 f(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx}$
Deviazione standard	**Sulla popolazione** $\sigma_x=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-E(X))^2}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{M}(x_i-E(X))^2 n_i}{\sum_{i=1}^{M}n_i}}$ **Sul campione** $s=\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}$	$\sigma_x=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}(x-E(X))^2 f(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx}}$
Incertezza sulla media	$\delta\bar{x}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$	

LA DISTRIBUZIONE NORMALE

(Curva degli errori)

$$G_{x_0,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

$\boldsymbol{x_0}$: valore vero

$\boldsymbol{\sigma}$:semiampiezza della gaussiana

- Massimo di $G_{x_0,\sigma}$ assunto in $\boldsymbol{x_0}$
- Valore medio di $\boldsymbol{x}$: $$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} dx = x_0$$
- Deviazione standard: $$\sigma_x = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2 \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} dx} = \sigma$$

$$prob(x_0 - t\sigma \leq x \leq x_0 + t\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = erf(t)$$

t	probabilità
1.00	68.3%
1.96	95.0%
2.00	95.5%
2.58	99.0%
3.00	99.7%
4.00	99.9%